เฉลยข้อสอบ PRE-ม.ต้น’67

ชุดวิชา T432201 : คณิตศาสตร์ (PRE-ม.ต้น ม.2)

ข้อ 1-20 (ข้อละ 2 คะแนน)

1. 3)	**2.** 4)	**3.** 4)	**4.** 1)	**5.** 2)	**6.** 4)	**7.** 4)	**8.** 3)	**9.** 3)	**10.** 1)
11. 4)	**12.** 2)	**13.** 4)	**14.** 4)	**15.** 1)	**16.** 4)	**17.** 2)	**18.** 2)	**19.** 3)	**20.** 1)

ข้อ 21-40 (ข้อละ 3 คะแนน)

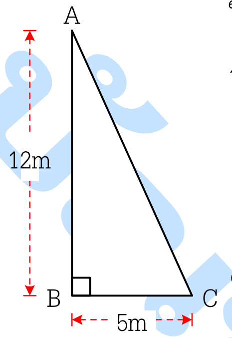
21. 3)	**22.** 1)	**23.** 3)	**24.** 4)	**25.** 2)	**26.** 1)	**27.** 2)	**28.** 4)	**29.** 2)	**30.** 3)
31. 1)	**32.** 3)	**33.** 3)	**34.** 1)	**35.** 4)	**36.** 4)	**37.** 2)	**38.** 2)	**39.** 3)	**40.** 1)

เฉลยข้อสอบ PRE–ม.ต้น’67

ชุดวิชา T432201 : คณิตศาสตร์ (PRE–ม.ต้น ม.2)

ข้อ 1–20 (ข้อละ 2 คะแนน)

1. เฉลย 3) 52



ให้ Δ มุมฉาก ABC มีด้าน BC = 5m หน่วย และ AB = 12m หน่วย (m > 0)

จากรูป $\quad$ พื้นที่ $\Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 5m \cdot 12m$

$$480 = 30m^2$$

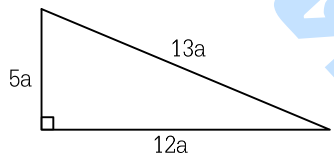
$$m^2 = 480 \div 30 = 16 = 4^2$$

$$\therefore m = 4$$

ดังนั้น $\quad AC = \sqrt{(5m)^2 + (12m)^2} = 13m$

$= 13(4) = 52$ หน่วย

2. เฉลย 4) 3 : 1



กำหนดให้ด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมยาว 5a, 12a และ 13a

จะได้ $\quad 5a + 12a + 13a = 90$

$$30a = 90$$

$$a = 3$$

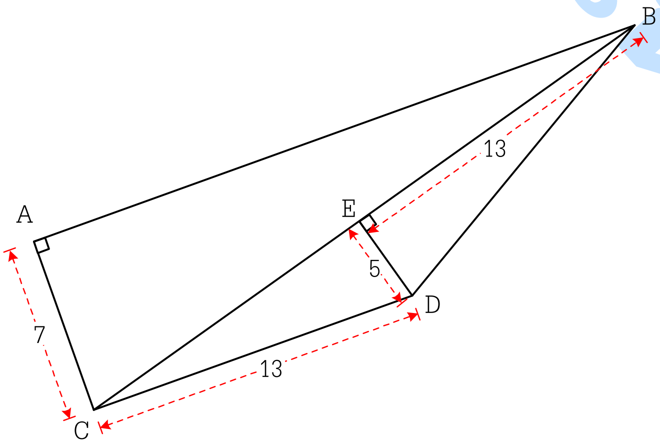
เนื่องจาก $(5a)^2 + (12a)^2 = (13a)^2$ ทำให้รูปสามเหลี่ยมนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

ดังนั้น $\quad$ รูปสามเหลี่ยมนี้จะมีพื้นที่ $= \frac{1}{2} \times (5 \times 3) \times (12 \times 3)$

$= 270$ ตารางหน่วย

$\therefore$ อัตราส่วนของพื้นที่ : ความยาวรอบรูป $= 270 : 90 = 3 : 1$

3. เฉลย 4) 84 ตารางหน่วย



Δ CDE ; $\quad CE = \sqrt{13^2 - 5^2}$ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

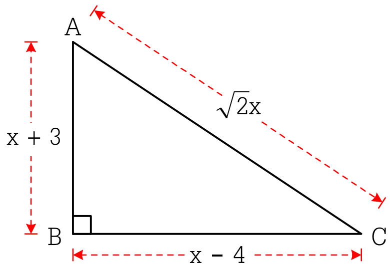
$= \sqrt{12^2} = 12$ หน่วย

Δ ABC ; $\quad AB = \sqrt{(12+13)^2 - 7^2}$ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$= \sqrt{24^2} = 24$ หน่วย

$\therefore$ พื้นที่ $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 7 \times 24 = 84$ ตารางหน่วย

4. เฉลย 1) $\frac{527}{8}$ ตารางหน่วย



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$
\begin{aligned}
(\sqrt{2}\,x)^2 &= (x+3)^2 + (x-4)^2 \\
2\cancel{x^2} &= \cancel{x^2} + 6x + 9 + \cancel{x^2} - 8x + 16 \\
2x &= 25 \\
x &= \frac{25}{2} \\
\therefore \text{พื้นที่ } \Delta\, ABC &= \frac{1}{2} \times (x+3) \times (x-4) \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{25}{2}+3\right)\left(\frac{25}{2}-4\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{31}{2}\right)\left(\frac{17}{2}\right) \\
&= \frac{527}{8} \text{ ตารางหน่วย}
\end{aligned}
$$

5. เฉลย 2) ข. ถูกเพียงข้อเดียว

จาก $\sqrt{a^2} > 0$

จะได้ $-\sqrt{a^2} < 0$

จาก $b^3 < 0$

จะได้ว่า $-b^3 > 0$

$\sqrt[3]{-b^3} > 0$

$\therefore\ -\sqrt{a^2} \times \sqrt[3]{-b^3} < 0$

∴ ข้อ ก. **ผิด**

จาก $a^3 < 0$

จะได้ $-a^3 > 0$

$\therefore\ \sqrt{-a^3} > 0$

จาก $b^2 > 0$

$\therefore\ \sqrt[3]{b^2} > 0$

$\therefore\ \sqrt{-a^3} + \sqrt[3]{b^2} > 0$

∴ ข้อ ข. **ถูกต้อง**

6. เฉลย 4) ก. และ ข. ผิด

พิจารณา ก. ให้ $a = \sqrt{3}$ และ $b = 2 - \sqrt{3}$ ซึ่ง $b \neq -a$

แต่ $a + b = \sqrt{3} + (2 - \sqrt{3}) = 2$ เป็นจำนวนตรรกยะ

∴ ก. **ผิด**

พิจารณา ข. ให้ $a = \sqrt{3} - 1$ ดังนั้น $b = \sqrt{3} - 1$

$a \cdot b = (\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 1) = 4 - 2\sqrt{3}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

∴ ข. **ผิด**

7. เฉลย 4) −41

จากโจทย์

$$
\begin{aligned}
-(-\sqrt[3]{-343}\,)^2 + \sqrt{-(-4)^3} &= -(-\sqrt[3]{-(7^3)}\,)^2 + \sqrt{-(-64)} \\
&= -(7)^2 + 8 \\
&= -49 + 8 \\
&= -41
\end{aligned}
$$

8. เฉลย 3) $\frac{1}{2}$

จาก $\sqrt{a^6b^8} = -a^3b^4$ ...(3)

จะได้ว่า $a < 0$ เพราะ $-a^3b^4$ เป็นรากที่สองที่เป็นบวกของ a^6b^8

จาก $\sqrt{a^2b} = 7$ ...(1)

จะได้ว่า $b > 0$ เพราะ $a^2b = 7^2 > 0$

จาก $\frac{\sqrt{a^2b^4}}{\sqrt{a^2b}} = \frac{56}{7}$

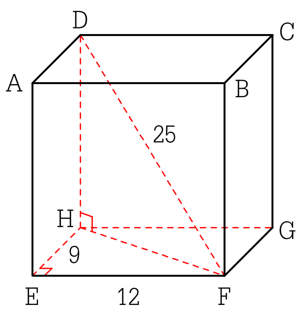
$$\sqrt{b^3} = 8$$
$$b^3 = 64$$
$$b = 4$$

แทนค่า b ใน (1); $\sqrt{a^2b} = 7$

$$a^2(4) = 49$$
$$a^2 = \frac{49}{4}$$
$$a = -\frac{7}{2}, \cancel{\frac{7}{2}}$$ (a < 0 เพื่อให้สอดคล้องกับโจทย์)

$$a + b = -\frac{7}{2} + 4 = \frac{1}{2}$$

9. เฉลย 3) 1,056 ตารางหน่วย



Δ EFH ; $FH = \sqrt{9^2 + 12^2}$ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$= \sqrt{15^2} = 15$ หน่วย

Δ DFH ; $DH = \sqrt{25^2 - 15^2}$ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$= \sqrt{20^2} = 20$ หน่วย

$\therefore$ กล่องใบนี้มีพื้นที่ผิว $= 2[(9 \times 12) + (12 \times 20) + (9 \times 20)]$

$= 2(108 + 240 + 180)$

$= 2(528) = 1,056$ ตารางหน่วย

10. เฉลย 1) จตุภาคที่ 1

พิจารณาการเลื่อนขนานจาก A(2, −1) ไป A′(a′, −4) พบว่าเกิดการเลื่อนขนานไปข้างล่างเป็นระยะทาง 3 หน่วย

ในทำนองเดียวกันจากจุด B(0, −3) ไป B′(2, b′) พบว่าเกิดจากการเลื่อนขนานไปทางขวา 2 หน่วย

$\because$ จุด C′(3, 3) เกิดจากการเลื่อนขนานจุด $C(c_1, c_2)$ ไปทางขวา 2 หน่วย และลงข้างล่าง 3 หน่วย

$\therefore$ C มีพิกัด (1, 6) ซึ่งอยู่ในจตุภาคที่ 1

11. เฉลย 4) 8

พิจารณาการสะท้อนผ่านเส้นสะท้อนจากจุด A(3, 2) ไปยัง A′(−3, 2)

จะสังเกตว่า พิกัดในแนวแกน Y ไม่เปลี่ยนแปลง แสดงว่าเส้นสะท้อนขนานกับแกน Y

ค่ากึ่งกลางของ x = 3 และ x = −3 คือ $\frac{3 + (-3)}{2} = 0$

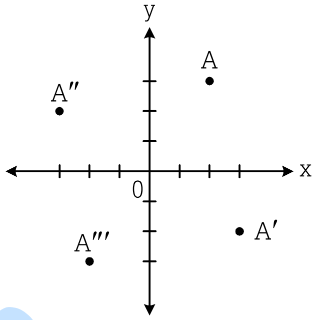
จะได้ว่า เส้นสะท้อน คือ เส้นตรง x = 0

$\therefore$ จุด $C'(c'_x, c'_y)$ มีพิกัดเป็น (−4, −2)

$\therefore$ $\overline{CC'}$ ยาว $4 - (-4) = 8$ หน่วย

12. เฉลย 2) $AA'' = AA'''$

จากเงื่อนไขที่กำหนด จุด $A = (2, 3)$, $A' = (3, -2)$, $A'' = (-3, 2)$, $A''' = (-2, -3)$



พิจารณาจากกราฟจะเห็นว่า
1) ถูก
2) ผิด
3) ถูก
4) ถูก

13. เฉลย 4) 100

จาก $y = 2x + 1$

และ $3x - 2y = -4$

แทนค่า $y = 2x + 1$ จะได้ว่า

$$\begin{aligned} 3x - 2(2x + 1) &= -4 \\ 3x - 4x - 2 &= -4 \\ -x &= -2 \\ \therefore\ x &= 2 \end{aligned}$$

แทนค่า $x = 2$ จะได้ว่า $y = 2(2) + 1 = 5$

พิจารณา

$$\begin{aligned} (-2x^2y^3)^2 \div (2xy^2)^3 \times (2xy^2) &= \frac{4x^4y^6 \times 2xy^2}{8x^3y^6} \\ &= x^2y^2 \end{aligned}$$

แทนค่า $x = 2$, $y = 5$ จะได้ว่า $x^2y^2 = 2^2 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$

$$\therefore\ (-2x^2y^3)^2 \div (2xy^2)^3 \times (2xy^2) = 100$$

14. เฉลย 4) 78

$$\begin{aligned} 2^a3^b &= \left(\frac{(-2)^5 \times 9^3 \times 6^7}{(4^3)^2 \times 3^{-2}}\right) \div \left(\frac{(-27)^{-3} \times 3^4 \times 2^6}{16^{13} \times (-6^3)^2}\right) \\ &= \frac{-2^5 \times (3^2)^3 \times (2 \times 3)^7}{(2^6)^2 \times \frac{1}{3^2}} \times \frac{(2^4)^{13} \times (2 \times 3)^6}{-(3^3)^{-3} \times 3^4 \times 2^6} \\ &= \frac{2^5 \times 3^6 \times 2^7 \times 3^7 \times 3^2}{2^{12}} \times \frac{2^{52} \times 2^6 \times 3^6}{3^{-9} \times 3^4 \times 2^6} \\ &= 2^{5+7+52+6-12-6} \times 3^{6+7+2+6+9-4} \\ &= 2^{52} \times 3^{26} \end{aligned}$$

$\therefore\ a = 52$ และ $b = 26$

$$\therefore\ a + b = 52 + 26 = 78$$

15. เฉลย 1) -6

จาก

$$
\begin{array}{r|l}
 & x^2 + 7x - 2 \\
\hline
x^2 - 2x - 3 & x^4 + 5x^3 - 19x^2 - 29x + 42 \\
 & \underline{x^4 - 2x^3 - 3x^2} \quad - \\
 & 7x^3 - 16x^2 - 29x \\
 & \underline{7x^3 - 14x^2 - 21x} \quad - \\
 & -2x^2 - 8x + 42 \\
 & \underline{-2x^2 + 4x + 6} \quad - \\
 & -12x + 36
\end{array}
$$

ดังนั้น ผลหาร คือ $x^2 + 7x - 2$

และเศษ คือ $-12x + 36$

ดังนั้น $x^2 + 7x - 2 = x^2 - ax + b$ และ $-12(x - c) = -12x + 36 = -12(x - 3)$

จะได้ว่า $a = -7$, $b = -2$ และ $c = 3$

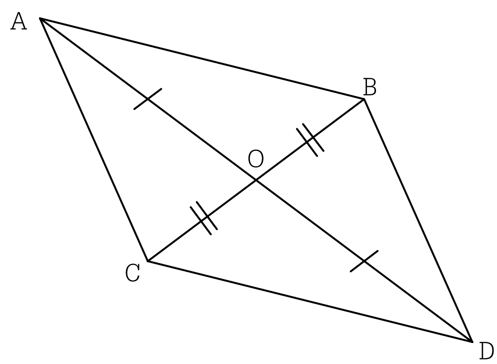
$$\therefore\ a + b + c = (-7) + (-2) + 3 = -6$$

16. เฉลย 4) $\dfrac{y^2 + x^2}{(y - x)^2}$

จาก

$$
\begin{aligned}
\left(\frac{x^{-2} + y^{-2}}{x^{-1} - y^{-1}}\right)\left(\frac{x^{-1} + y^{-1}}{x^{-2} - y^{-2}}\right)
&= \left(\frac{\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}\right)\left(\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}}\right) \\
&= \left(\frac{\frac{y^2 + x^2}{x^2y^2}}{\frac{y - x}{xy}}\right)\left(\frac{\frac{y + x}{xy}}{\frac{y^2 - x^2}{x^2y^2}}\right) \\
&= \left(\frac{y^2 + x^2}{x^2y^2} \cdot \frac{xy}{y - x}\right)\left(\frac{y + x}{xy} \cdot \frac{x^2y^2}{y^2 - x^2}\right) \\
&= \frac{(y^2 + x^2)(y + x)}{(y - x)(y^2 - x^2)} \\
&= \frac{(y^2 + x^2)(y + x)}{(y - x)(y - x)(y + x)} = \frac{y^2 + x^2}{(y - x)^2}
\end{aligned}
$$

17. เฉลย 2) $\Delta\,AOC \cong \Delta\,BOD$



จาก $AO = OD$, $OC = OB$

และ $A\hat{O}C = B\hat{O}D$ (มุมตรงข้าม)

$\therefore\ \Delta\,AOC \cong \Delta\,BOD$ (ด้าน–มุม–ด้าน)

18. เฉลย 2) 10 องศา

จากรูป $y = x - 50^\circ$; มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตรงตัดเส้นขนาน ...(1)

$4x + 10^\circ = (5x - 60^\circ) + y$; มุมตรงข้ามที่เกิดจากเส้นตรงตัดกัน ...(2)

แทน (1) ใน (2) ; $4x + 10^\circ = 5x - 60^\circ + x - 50^\circ$

$2x = 120^\circ$

$x = 60^\circ$

แทน $x = 60^\circ$ ใน (1) ; $y = 60^\circ - 50^\circ$

$= 10^\circ$

19. เฉลย 3) ฐานนิยม < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล $a + 7$, $2a + 4$, $3a$, $3a + 3$, $3a - 2$ และ $4a - 10$ เท่ากับ 19

จะได้ $\dfrac{(a + 7) + (2a + 4) + 3a + (3a + 3) + (3a - 2) + (4a - 10)}{6} = 19$

$$\frac{16a + 2}{6} = 19$$

$$16a + 2 = 114$$

$$16a = 112$$

$$a = \frac{112}{16}$$

$$= 7$$

ข้อมูลชุดนี้ คือ 14, 18, 21, 24, 19, 18

เรียงลำดับจากค่า**น้อย**ไป**มาก** คือ 14, 18, 18, 19, 21, 24

พบว่า ฐานนิยม = 18, มัธยฐาน = $\dfrac{18 + 19}{2} = 18.5$

จากโจทย์ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต = 19

ดังนั้น ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

20. เฉลย 1) 4

จากโจทย์ $A = 2567^{2024} + \dfrac{1}{2567^{2024}}$ หรือ $2567^{2024} + 2567^{-2024}$

$B = 2567^{2024} - \dfrac{1}{2567^{2024}}$ หรือ $2567^{2024} - 2567^{-2024}$

จะได้ $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$

$= (2 \times 2567^{2024})(2 \times 2567^{-2024})$

$= 2 \times 2(2567^{2024-2024})$

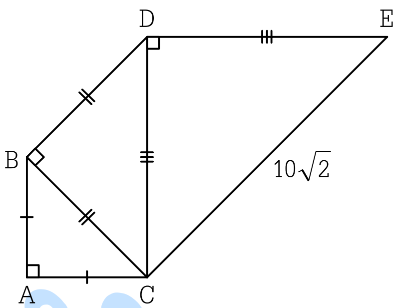
$= 2 \times 2 \times 2567^0$

$= 2 \times 2 \times 1$

$= 4$

ข้อ 21-40 (ข้อละ 3 คะแนน)

21. เฉลย 3) 12.5 ตารางหน่วย



กำหนดให้ $CD = DE = x$

พิจารณา Δ CDE ;

$$
\begin{aligned}
CE^2 &= CD^2 + DE^2 \\
(10\sqrt{2})^2 &= x^2 + x^2 \\
200 &= 2x^2 \\
x^2 &= 100 \\
\therefore\ x &= 10,\ \cancel{-10}
\end{aligned}
$$

กำหนดให้ $BD = BC = y$

พิจารณา Δ CBD ;

$$
\begin{aligned}
CD^2 &= BD^2 + BC^2 \\
10^2 &= y^2 + y^2 \\
100 &= 2y^2 \\
y^2 &= 50 \\
\therefore\ y &= 5\sqrt{2},\ \cancel{-5\sqrt{2}}
\end{aligned}
$$

กำหนดให้ $BA = AC = z$

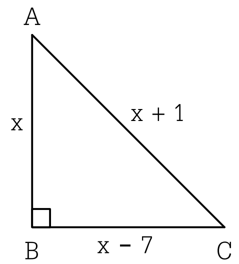
พิจารณา Δ ABC ;

$$
\begin{aligned}
BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\
(5\sqrt{2})^2 &= z^2 + z^2 \\
50 &= 2z^2 \\
z^2 &= 25 \\
\therefore\ z &= 5,\ \cancel{-5}
\end{aligned}
$$

$\therefore$ พื้นที่ Δ ABC $= \frac{1}{2} \times AB \times AC$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = 12.5$ ตารางหน่วย

22. เฉลย 1) 5 หน่วย



จากความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้
จะได้ว่า $x + 1$ เป็นด้านที่ยาวที่สุด และเป็นด้านตรงข้ามมุมฉาก
ดังนั้น กำหนดให้ Δ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป

$\therefore$ จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\
(x + 1)^2 &= x^2 + (x - 7)^2 \\
x^2 + 2x + 1 &= x^2 + x^2 - 14x + 49 \\
x^2 - 16x + 48 &= 0 \\
(x - 12)(x - 4) &= 0 \\
\therefore\ x &= 4, 12
\end{aligned}
$$

เนื่องจาก ถ้า $x = 4$ จะได้ว่า ด้าน BC จะมีความยาวเป็น $4 - 7 = -3$ หน่วย (มีค่าเป็นลบ)

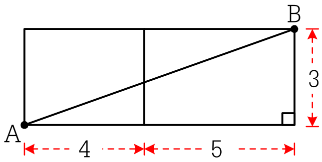
ดังนั้น $x \neq 4$

$\therefore\ x = 12$

จะได้ว่า ด้านที่**สั้นที่สุด** คือ ด้าน BC มีความยาวเท่ากับ $12 - 7 = 5$ หน่วย

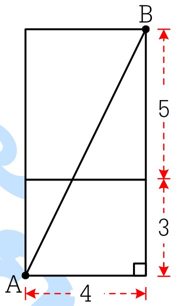
23. เฉลย 3) $\sqrt{80}$ หน่วย

คลี่รูป 2 แบบ เพื่อคำนวณหาระยะ AB **ที่สั้นที่สุด**



แบบที่ 1 จะได้ $AB = \sqrt{(4+5)^2 + 3^2}$

$= \sqrt{90}$ หน่วย

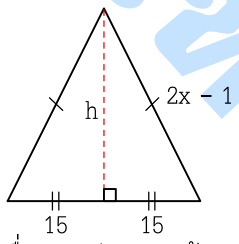


แบบที่ 2 จะได้ $AB = \sqrt{4^2 + (3+5)^2}$

$= \sqrt{80}$ หน่วย

ดังนั้น ระยะ AB **ที่สั้นที่สุด**ที่เป็นไปได้ คือ $\sqrt{80}$ หน่วย

24. เฉลย 4) 9 หน่วย



ลากส่วนของเส้นตรงจากจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมมาตั้งฉากกับฐาน

กำหนดให้ ความสูงของรูปสามเหลี่ยม คือ h หน่วย

จากพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม คือ 120 ตารางหน่วย

ดังนั้น $\frac{1}{2} \times 30 \times h = 120$

$\therefore\ h = 8$

เนื่องจากส่วนของเส้นตรงที่ลากจากจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมาตัดตั้งฉากกับฐานของรูปสามเหลี่ยม จะแบ่งครึ่งฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

ดังนั้น โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned}
h^2 + 15^2 &= (2x-1)^2 \\
8^2 + 15^2 &= (2x-1)^2 \\
17^2 &= (2x-1)^2 \\
(2x-1)^2 - 17^2 &= 0 \\
(2x-1+17)(2x-1-17) &= 0 \\
(2x+16)(2x-18) &= 0 \\
x &= 9, \cancel{-8}
\end{aligned}$$

25. เฉลย 2) $0.90 < N < 0.93$

ให้ $N = \sqrt{10 - \sqrt{84}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

$$\begin{aligned}
10 - \sqrt{84} &= a + b - 2\sqrt{ab} \\
10 - 2\sqrt{21} &= a + b - 2\sqrt{ab}
\end{aligned}$$

ดังนั้น $a + b = 10$ และ $ab = 21$ จะได้ $(a, b) = (7, 3)$ หรือ $(3, 7)$

แต่ $\sqrt{10 - \sqrt{84}} > 0$ ดังนั้น $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{7} - \sqrt{3}$

$$\therefore\ N = \sqrt{7} - \sqrt{3} \approx 2.65 - 1.73 \approx 0.92$$

ดังนั้น $0.90 < N < 0.93$

26. เฉลย 1) ข้อ ก. ถูกเพียงข้อเดียว

พิจารณา $\sqrt{\frac{1}{a}} > \sqrt[3]{\frac{1}{a}}$ จะ**เป็นจริง**เมื่อ $\frac{1}{a} > 1$

เช่น $\sqrt{64} > \sqrt[3]{64} \rightarrow 8 > 4$

แต่จะ**ไม่เป็นจริง** ถ้า $\frac{1}{a} < 1$ เช่น $\sqrt{\frac{1}{64}} > \sqrt[3]{\frac{1}{64}}$

$\frac{1}{8} < \frac{1}{4}$

$\therefore$ จึงสรุปได้ว่า $\sqrt{\frac{1}{a}} > \sqrt[3]{\frac{1}{a}}$ เมื่อ $\frac{1}{a} > 1$ หรือ $a < 1$ .... ก. **ถูก**

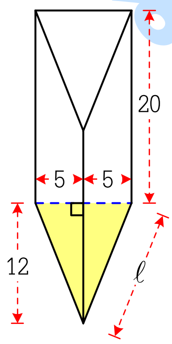
พิจารณา $\sqrt{-a^3} - \sqrt{-b^2} = b - a$

พิจารณา $b^2 > 0$

$-b^2 < 0$

$\therefore$ จะไม่สามารถหาค่าของ $\sqrt{-b^2}$ ได้ .... ข. **ผิด**

27. เฉลย 2) 840 ตารางนิ้ว



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $\ell = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ นิ้ว

พื้นที่ผิว = พื้นที่หน้าตัด 2 ด้าน + พื้นที่ผิวข้าง 3 ด้าน

$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 12\right) + [(10 \times 20) + (13 \times 20) + (13 \times 20)]$

$= 120 + [200 + 260 + 260]$

$= 840$ ตารางนิ้ว

28. เฉลย 4) $5\sqrt{2}$ นิ้ว

ให้ h แทนความสูงของทรงกระบอกใหม่

r แทนรัศมีของทรงกระบอกใหม่

จะได้

$$\pi r^2 h = \pi(3^2)h + \pi(4^2)h + \pi(5^2)h$$

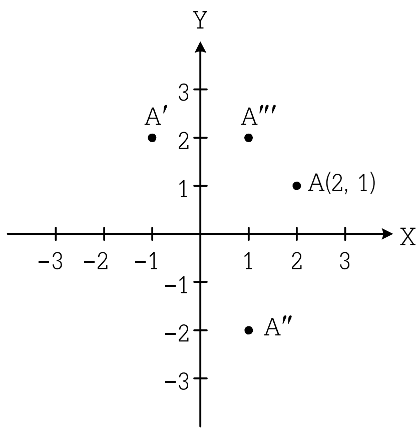
$$\cancel{\pi h}(r^2) = \cancel{\pi h}(9 + 16 + 25)$$

$$r^2 = 50$$

$$r = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \text{ นิ้ว}$$

ดังนั้น ทรงกระบอกใหม่มีรัศมียาว $5\sqrt{2}$ นิ้ว

29. เฉลย 2) 2



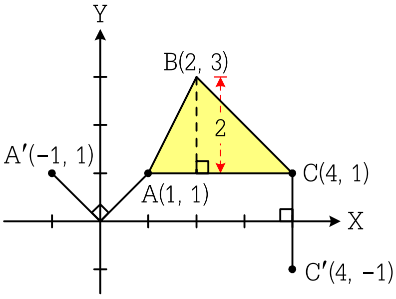
จุด A′ เกิดจากการหมุนจุด A(2, 1) ทวนเข็มนาฬิกา 90° รอบจุด (0, 0)
จะได้ว่าจุด A′ มีพิกัด (–1, 2)

จุด A″ เกิดจากการหมุนจุด A(2, 1) ตามเข็มนาฬิกา 90° รอบจุด (0, 0)
จะได้ว่าจุด A″ มีพิกัด (1, –2)

จุด A‴ เกิดจากการสะท้อนจุด A″ โดยมี y = 0 เป็นเส้นสะท้อน
จะได้ว่าจุด A‴ มีพิกัด (1, 2)

$\therefore$ จุด A′ และ A‴ อยู่ห่างกัน 1 – (–1) = 2 หน่วย

30. เฉลย 3) 3



หมุนจุด A′ ตามเข็มนาฬิกา 90° รอบจุดกำเนิด ได้จุด A(1, 1)
สะท้อนจุด C′ ข้ามแกน X ได้จุด C(4, 1)

จากรูป Δ ABC มีความยาวฐาน $4 - 1 = 3$ หน่วย
มีความสูง $3 - 1 = 2$ หน่วย

$\therefore$ Δ ABC มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$ ตารางหน่วย

31. เฉลย 1) 8

$$9^{3^x} = 3^{9^x}$$
$$(3^2)^{3^x} = 3^{(3^2)^x}$$
$$3^{2 \cdot 3^x} = 3^{3^{2x}}$$
$$\therefore\ 2 \cdot 3^x = 3^{2x}$$
$$3^{2x} - 2 \cdot 3^x = 0$$
$$3^x(3^x - 2) = 0$$

ดังนั้น $3^x = 0$ หรือ $3^x = 2$

แต่ $3^x \neq 0$ ดังนั้น $3^x = 2$

$$\therefore\ 27^x = (3^3)^x = (3^x)^3 = 2^3 = 8$$

32. เฉลย 3) 10.10

จาก $3^{x+2y} = 1$ จะได้ $x + 2y = 0$ หรือ $x = -2y$

จาก $5^{x+y} = 10$ และ $x = -2y$ จะได้ $5^{-y} = 10$

ดังนั้น
$$\frac{5^{2y} - 5^{-2y}}{5^y - 5^{-y}} = \frac{(5^y - 5^{-y})(5^y + 5^{-y})}{5^y - 5^{-y}} = 5^y + 5^{-y} = \frac{1}{5^{-y}} + 5^{-y} = \frac{1}{10} + 10 = 10.10$$

33. เฉลย 3) 1

พิจารณา
$$\frac{1}{a-1} + \frac{1}{b-1} + \frac{1}{c-1} = \frac{(b-1)(c-1) + (a-1)(c-1) + (a-1)(b-1)}{(a-1)(b-1)(c-1)}$$
$$= \frac{(bc - b - c + 1) + (ac - a - c + 1) + (ab - a - b + 1)}{abc - ab - ac + a - bc + b + c - 1}$$
$$= \frac{(bc + ac + ab) - 2(a + b + c) + 3}{abc - (ab + ac + bc) + (a + b + c) - 1}$$
$$= \frac{2 - 2(2) + 3}{2 - 2 + 2 - 1}$$
$$= 1$$

34. เฉลย 1) 3

พิจารณา
$$(x^2 - a^2)(x^2 + b)(x + b) = (x^2 - a^2)(x^3 + bx^2 + bx + b^2)$$
$$= x^5 + bx^4 + (b - a^2)x^3 + (b^2 - a^2b)x^2 - a^2bx - a^2b^2$$

จาก
$$x^5 + x^4 - 3x^3 - 3x^2 - 4x - 4 = x^5 + bx^4 + (b - a^2)x^3 + (b^2 - a^2b)x^2 - a^2bx - a^2b^2$$

$$\therefore\ b = 1$$
$$b - a^2 = -3$$
$$b^2 - a^2b = -3$$
$$a^2b = 4$$
$$a^2b^2 = 4$$

ดังนั้น $b = 1$ และ $a = 2$

นั่นคือ $a + b = 2 + 1 = 3$

35. เฉลย 4) 5

จาก $cx^5 + 5x^4 - 14x^3 - 28x^2 + 20x + 15$

$= (x^2 + ax - 3)(x^2 - 5)(2x + b)$

$= (x^4 + ax^3 - 3x^2 - 5x^2 - 5ax + 15)(2x + b)$

$= (x^4 + ax^3 - 8x^2 - 5ax + 15)(2x + b)$

$= 2x^5 + 2ax^4 - 16x^3 - 10ax^2 + 30x + bx^4 + abx^3 - 8bx^2 - 5abx + 15b$

$= 2x^5 + (2a + b)x^4 + (ab - 16)x^3 - (10a + 8b)x^2 + (30 - 5ab)x + 15b$

เทียบสัมประสิทธิ์จะได้

$c = 2$ ...(1)

$5 = 2a + b$ ...(2)

$-14 = ab - 16$ ...(3)

$28 = 10a + 8b$ ...(4)

$20 = 30 - 5ab$ ...(5)

$b = 1$ ...(6)

$\therefore\ c = 2,\ b = 1$

แทน $b = 1$ ใน (2) จะได้
$$5 = 2a + 1$$
$$4 = 2a$$
$$a = 2$$
$$\therefore\ a + b + c = 2 + 1 + 2 = 5$$

36. เฉลย 4) 2 และ 3

$$\begin{aligned}
\text{ปริมาตรทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก} &= \text{กว้าง} \times \text{ยาว} \times \text{สูง} \\
3x^3 - x^2 + 10x - 12 &= (x + 2)(2x + 3)(x - 1) \\
&= (2x^2 + 7x + 6)(x - 1) \\
&= 2x^3 + 5x^2 - x - 6 \\
x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= 0
\end{aligned}$$

แยกตัวประกอบของ $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$\begin{array}{r|l}
 & x^2 - 5x + 6 \\ \hline
x - 1 & x^3 - 6x^2 + 11x - 6 \\
 & \underline{x^3 - x^2} \\
 & \quad -5x^2 + 11x \\
 & \quad \underline{-5x^2 + 5x} \\
 & \qquad\quad 6x - 6 \\
 & \qquad\quad \underline{6x - 6} \\
 & \qquad\qquad\quad 0
\end{array}$$

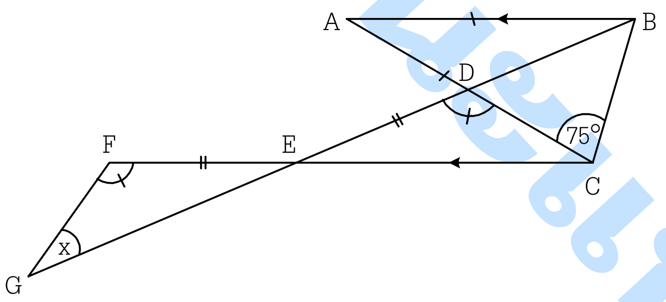
จะได้

$$\begin{aligned}
x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= (x - 1)(x^2 - 5x + 6) \\
&= (x - 1)(x - 2)(x - 3) \\
x &= 1, 2, 3
\end{aligned}$$

กรณี $x = 1$ พบว่ากล่องสูง $1 - 1 = 0$ หน่วย ซึ่ง**ไม่เป็นจริง**

$\therefore$ ค่า x ที่สอดคล้องกับโจทย์ คือ 2 และ 3

37. เฉลย 2) 30°



พิจารณา $F\hat{E}G = D\hat{E}C$ (มุมตรงข้าม), $FE = ED$ และ $G\hat{F}E = E\hat{D}C$

ดังนั้น $\Delta\ GFE \cong \Delta\ CDE$ (ม.ด.ม.)

จะได้ว่า $F\hat{G}E = D\hat{C}E$ (มุมคู่สมนัย)

และ $D\hat{C}E = C\hat{A}B$ (มุมแย้ง)

ดังนั้น $x = C\hat{A}B$

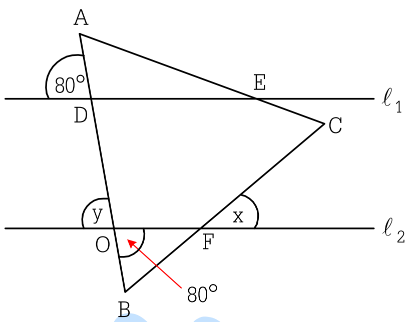
เนื่องจาก $AB = AC$ จะได้ว่า $\Delta\ ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$$\therefore\ A\hat{B}C = A\hat{C}B = 75^\circ$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
C\hat{A}B &= 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ \\
&= 30^\circ \\
\therefore\ x &= 30^\circ
\end{aligned}$$

38. เฉลย 2) 40°



จากรูป $y = 80^\circ$

(มุมภายนอก = มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน)

$B\hat{O}F = y = 80^\circ$

(เส้นตรง 2 เส้นตัดกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

$\hat{B} = 60^\circ$ (มุมภายในของรูป Δ ด้านเท่า ABC)

Δ BOF ; $B\hat{F}O = 180^\circ - B\hat{O}F - \hat{B}$

$= 180^\circ - 80^\circ - 60^\circ$

$= 40^\circ$

ดังนั้น $x = B\hat{F}O = 40^\circ$

(เส้นตรง 2 เส้นตัดกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

39. เฉลย 3) 4

พิจารณา

$$\begin{aligned} x(x+2)(x+4)(x+6)+20 &= (x(x+6))((x+2)(x+4))+20 \\ &= (x^2+6x)(x^2+6x+8)+20 \\ &= (x^2+6x)^2+8(x^2+6x)+16+4 \\ &= (x^2+6x+4)^2+4 \end{aligned}$$

เนื่องจากค่าต่ำสุดของ $(x^2+6x+4)^2$ คือ 0 (เมื่อ $x = -3 \pm \sqrt{5}$)

ดังนั้น **ค่าต่ำสุด**ของ $(x^2+6x+4)^2+4$ คือ 4

40. เฉลย 1) 28

ให้

$$p = n^2 - 28n + 132$$

$$p = (n-22)(n-6)$$

เนื่องจาก p เป็นจำนวนเฉพาะ ดังนั้นตัวประกอบของ p คือ $\pm 1, \pm p$

กรณี $n - 22 = 1$ จะได้ว่า $n = 23$ และ $p = 17$

กรณี $n - 22 = -1$ จะได้ว่า $n = 21$ และ $p = -15$

กรณี $n - 6 = 1$ จะได้ว่า $n = 7$ และ $p = -15$

กรณี $n - 6 = -1$ จะได้ว่า $n = 5$ และ $p = 17$

$$\therefore n = 23, 5$$

จะได้ว่าผลบวกของจำนวนเต็ม n ทั้งหมดที่ทำให้ $n^2 - 28n + 132$ เป็นจำนวนเฉพาะเท่ากับ 23 + 5 = 28

✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧