เฉลยข้อสอบ PRE-ม.ต้น’67

ชุดวิชา T432301 : คณิตศาสตร์ (PRE-ม.ต้น ม.3)

ข้อ 1-20 (ข้อละ 2 คะแนน)

1. 4)	**2.** 3)	**3.** 2)	**4.** 1)	**5.** 3)	**6.** 3)	**7.** 2)	**8.** 1)	**9.** 4)	**10.** 1)
11. 1)	**12.** 3)	**13.** 1)	**14.** 2)	**15.** 2)	**16.** 4)	**17.** 4)	**18.** 3)	**19.** 4)	**20.** 2)

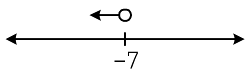
ข้อ 21-40 (ข้อละ 3 คะแนน)

21. 2)	**22.** 3)	**23.** 1)	**24.** 3)	**25.** 4)	**26.** 3)	**27.** 4)	**28.** 1)	**29.** 3)	**30.** 3)
31. 1)	**32.** 3)	**33.** 4)	**34.** 4)	**35.** 1)	**36.** 3)	**37.** 2)	**38.** 1)	**39.** 3)	**40.** 4)

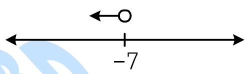
เฉลยข้อสอบ PRE-ม.ต้น’67

ชุดวิชา T432301 : คณิตศาสตร์ (PRE-ม.ต้น ม.3)

ข้อ 1-20 (ข้อละ 2 คะแนน)

1. เฉลย 4) 

$$\frac{3-x}{5} > 2$$
$$3 - x > 10$$
$$-x > 7$$
$$\therefore x < -7$$

ซึ่งจะได้แผนภาพ คือ 

2. เฉลย 3) 90 ผล

สมมติให้แก้วซื้อแอปเปิล x ผล และแก้วซื้อกีวี $x + 2$ ผล

จะได้อสมการ $13x + 9(x + 2) \leq 1,000$

$$13x + 9x + 18 \leq 1,000$$
$$22x \leq 982$$
$$x \leq \frac{982}{22} \approx 44.64$$

ดังนั้น แก้วซื้อแอปเปิลได้**มากที่สุด** 44 ผล

และซื้อกีวีได้**มากที่สุด** 46 ผล

นั่นคือ แก้วซื้อผลไม้รวมกันได้**มากที่สุด** 44 + 46 = 90 ผล

3. เฉลย 2) $(a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)$

$$\begin{aligned}
a^4 + a^2b^2 + b^4 &= a^4 + a^2b^2 + b^4 + a^2b^2 - a^2b^2 \\
&= (a^4 + 2a^2b^2 + b^4) - a^2b^2 \\
&= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\
&= [(a^2 + b^2) - ab][(a^2 + b^2) + ab] \\
&= (a^2 - ab + b^2)(a^2 + ab + b^2)
\end{aligned}$$

4. เฉลย 1) $(x - 5)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

$$\begin{aligned}
x^4 - 5x^3 + 8x - 40 &= (x^4 - 5x^3) + (8x - 40) \\
&= x^3(x - 5) + 8(x - 5) \\
&= (x - 5)(x^3 + 8) \\
&= (x - 5)(x^3 + 2^3) \\
&= (x - 5)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)
\end{aligned}$$

5. เฉลย 3) $1 + \sqrt{6}$

$$
\begin{aligned}
\text{จาก} \qquad x - 2 &= \sqrt{9 - 2x} \\
\text{ยกกำลังสองทั้ง 2 ข้าง} \qquad (x - 2)^2 &= (9 - 2x) \\
x^2 - 4x + 4 &= 9 - 2x \\
x^2 - 2x - 5 &= 0 \\
\text{จัดรูปกำลังสองสมบูรณ์} \qquad (x^2 - 2x + 1) - 6 &= 0 \\
(x - 1)^2 - (\sqrt{6})^2 &= 0 \\
(x - 1 - \sqrt{6})(x - 1 + \sqrt{6}) &= 0 \\
x &= 1 + \sqrt{6}, 1 - \sqrt{6}
\end{aligned}
$$

จะเห็นว่าสมการเป็นจริง เมื่อ $x = 1 + \sqrt{6}$ เท่านั้น

$\therefore$ คำตอบคือ $1 + \sqrt{6}$

6. เฉลย 3) 34

จากโจทย์จะได้ $\alpha + \beta = -4$ และ $\alpha\beta = 2$

$$
\begin{aligned}
\text{จาก} \qquad \frac{\alpha^2}{\beta^2} + \frac{\beta^2}{\alpha^2} &= \frac{\alpha^4 + \beta^4}{\alpha^2\beta^2} \\
&= \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2}{(\alpha^2\beta^2)} \\
&= \frac{((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta)^2 - 2(\alpha\beta)^2}{(\alpha\beta)^2} \\
&= \frac{((-4)^2 - 2(2))^2 - 2(2)^2}{2^2} \\
&= 34
\end{aligned}
$$

7. เฉลย 2) $1 + 2\sqrt{2}$

$$
\begin{aligned}
\text{จาก} \qquad 2k^2x + kx + x + 1 &= 0 \\
2k^2x + (k + 1)x + 1 &= 0 \qquad \text{มีเพียงคำตอบเดียว} \\
\text{จะได้} \qquad (k + 1)^2 - 4(2k^2)(1) &= 0 \\
k^2 + 2k + 1 - 8k^2 &= 0 \\
7k^2 - 2k - 1 &= 0 \\
\therefore \ k &= \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4(7)(-1)}}{2(7)} \\
&= \frac{2 \pm 4\sqrt{2}}{2(7)} \\
&= \frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{7}
\end{aligned}
$$

ดังนั้น $7k = 1 + 2\sqrt{2}$ หรือ $1 - 2\sqrt{2}$

ค่า**สูงสุด**ของ $7k$ จึงเป็น $1 + 2\sqrt{2}$

8. เฉลย 1) 9

พิจารณา □ ABCD จะได้ว่า

Δ ABD $\cong$ Δ BCD (ความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน)

$\therefore$ Δ BCD มีพื้นที่ $\frac{1}{2} \times 72 = 36$ หน่วย^2

พิจารณา Δ BOE และ Δ BCD

จะได้ $\overline{OE}$ // $\overline{DC}$ และ $\overline{OE} = \frac{1}{2}\overline{DC}$ (เพราะ 1. เส้นทแยงมุมของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแบ่งครึ่งซึ่งกันและกัน 2. ส่วนของเส้นตรงที่ลากเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านสองด้านของรูปสามเหลี่ยม จะขนานกับด้านที่สามและยาวเป็นครึ่งหนึ่งของด้านที่สาม)

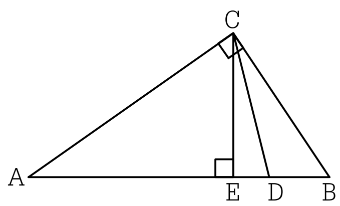
$\because$ $B\hat{O}E = B\hat{D}C$, $B\hat{E}O = B\hat{C}D$ และ $O\hat{B}E = D\hat{B}C$ (มุมร่วม)

$\therefore$ Δ BEO ~ Δ BCD โดยมีอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกันเป็น 1 : 2

$\therefore$ พื้นที่ Δ BEO : Δ BCD = $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 : \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 1 : 4$ (อัตราส่วนของความสูงของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน จะเท่ากับอัตราส่วนของด้านที่สมนัยกัน)

$\therefore$ พื้นที่ Δ BEO = $\frac{1}{4} \times 36 = 9$ ตารางหน่วย

9. เฉลย 4) 2 หน่วย



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2}$$

$$= \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

จากจุด C ลากเส้นตรงตั้งฉากกับ AB ที่จุด E

$\because$ Δ ABC ~ Δ ACE

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AC}{CE}$$

$$\frac{10}{6} = \frac{8}{CE}$$

$$\therefore\ CE = 4.8$$

พื้นที่สามเหลี่ยม CBD $= \frac{1}{2} \times BD \times CE$

$$4.8 = \frac{1}{2} \times BD \times 4.8$$

$$\therefore\ BD = 2$$

10. เฉลย 1) $\frac{2}{x^2 - 1}$

จาก
$$2 - \frac{2x^2 - 5x - 12}{x^2 - 3x - 4} + \frac{1}{x - 1} = 2 - \frac{\cancel{(x-4)}(2x+3)}{\cancel{(x-4)}(x+1)} + \frac{1}{x-1}$$

$$= \frac{2(x+1)(x-1) - (2x+3)(x-1) + (x+1)}{(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{2(x^2 - 1) - (2x^2 + x - 3) + (x + 1)}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{\cancel{2x^2} - 2 - \cancel{2x^2} - \cancel{x} + 3 + \cancel{x} + 1}{x^2 - 1}$$

$$= \frac{2}{x^2 - 1}$$

11. เฉลย 1) ขาดทุน 25,000 บาท

ให้ H แทนเหรียญหงายหัว

T แทนเหรียญหงายก้อย

เหตุการณ์ทั้งหมดที่เกิดขึ้นได้ คือ HHH, THH, HTH, HHT, TTH, THT, HTT, TTT

เหตุการณ์ที่สนใจ คือ HHH, TTT

ความน่าจะเป็นที่สมพงษ์จะเสียเงิน คือ $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

ความน่าจะเป็นที่สมพงษ์จะได้เงิน คือ $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

ค่าคาดหวัง $= \left(\frac{1}{4}\right)(-400{,}000) + \left(\frac{3}{4}\right)(100{,}000) = -25{,}000$

$\therefore$ สมพงษ์น่าจะขาดทุน 25,000 บาท

12. เฉลย 3) $8\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

แก้สมการหาจุดตัดของกราฟ

จาก $y^2 - x^2 = 1$ ...(1)

$x^2 + y^2 = 9$ ...(2)

(1) + (2) ; $2y^2 = 10$

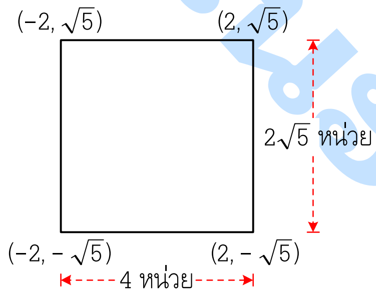
$y = \sqrt{5}, -\sqrt{5}$

แทนค่า y ใน (1) $x^2 = (\sqrt{5})^2 - 1$

$= 4$

$x = 2, -2$

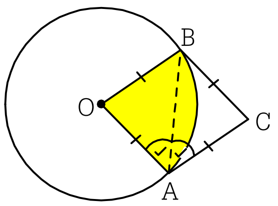
จุดตัดทั้งหมด คือ $(2, \sqrt{5})$, $(2, -\sqrt{5})$, $(-2, \sqrt{5})$, $(-2, -\sqrt{5})$



$\therefore$ พื้นที่สี่เหลี่ยม คือ $2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5}$ ตารางหน่วย

13. เฉลย 1) 8π ตารางหน่วย

ลากเส้นทแยงมุม AB ของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูน AOBC



จะได้ $O\hat{B}A = O\hat{A}B = \frac{1}{2}O\hat{A}C = 50^\circ$

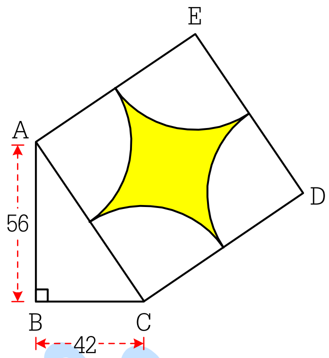
และ $A\hat{O}B = 180^\circ - O\hat{A}B - O\hat{B}A$

$= 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$

$\therefore$ พื้นที่แรเงา $= \frac{80^\circ}{360^\circ} \times \pi(6)^2$

$= 8\pi$ ตารางหน่วย

14. เฉลย 2) 1,050 ตารางหน่วย



Δ ABC ; $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$= \sqrt{56^2 + 42^2} = 70$ หน่วย

$\therefore$ พื้นที่แรเงา = พื้นที่ $\boxed{จ}$ ACDE

– พื้นที่วงกลมรัศมี $\frac{AC}{2}$ หน่วย

$= (70)^2 - \frac{22}{7}\left(\frac{70}{2}\right)^2$

= 1,050 ตารางหน่วย

15. เฉลย 2) 1.44 : 1

พิจารณา Δ ABC และ Δ DEF จะเห็นว่า

$\Delta DEF \sim \Delta ABC$ เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

จะได้ว่า $\frac{6}{5} = \frac{DF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

$\therefore DF = 1.2AC$ และ $EF = 1.2BC$

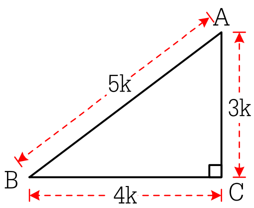
$\because$ ปริมาตรของพีระมิด คือ $\frac{1}{3} \times$ พื้นที่ฐาน $\times$ สูง

$\therefore$ อัตราส่วนที่ต้องการ คือ $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2}(DF)(EF) \times h : \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}(AC)(BC) \times h$

$= (1.2AC)(1.2BC) : (AC)(BC)$

$= 1.44 : 1$

16. เฉลย 4) $\frac{1}{50}$



จากโจทย์ $\hat{A} + \hat{B} = 90°$

$\tan B = \frac{3}{4}$ หรือ $\frac{3k}{4k}$ เมื่อ $k > 0$

สร้างรูป Δ มุมฉาก ABC โดยมี $\hat{C} = 90°$

จะได้ $AB = \sqrt{(3k)^2 + (4k)^2} = 5k$ หน่วย

ดังนั้น $\frac{2\sin A - 3\cos A}{4\sec B - 9\operatorname{cosec} B} = \frac{2\left(\frac{4}{5}\right) - 3\left(\frac{3}{5}\right)}{4\left(\frac{5}{4}\right) - 9\left(\frac{5}{3}\right)}$

$= \frac{1}{50}$

17. เฉลย 4) 144π

ปริมาตรของน้ำในบ่อเป็น $(\pi 6^2) \times 8 = 288\pi$

$\therefore$ รัศมีของทรงกลมดังกล่าว หาได้จาก

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 288\pi$

$r^3 = 216$

$r = 6$ เมตร

$\therefore$ พื้นที่ผิวทรงกลม คือ $4\pi r^2 = 4\pi(6^2)$

$= 144\pi$

18. เฉลย 3) $\frac{1}{3}$

A, B และ C ยืนเข้าแถวเป็นแนวเส้นตรงได้ดังนี้

หัวแถว	กลางแถว	ท้ายแถว	แบบการยืน
A	B	C	ABC $\Longrightarrow$ B **ไม่**ยืนริมแถว
	C	B	ACB
B	A	C	BAC
	C	A	BCA
C	A	B	CAB
	B	A	CBA $\Longrightarrow$ B **ไม่**ยืนริมแถว

จากแผนภาพ พบว่า

A, B และ C ยืนเรียงสลับเป็นแนวเส้นตรงได้ทั้งหมด 6 วิธี

เหตุการณ์ที่ B **ไม่**ยืนริมแถวเกิดได้ 2 วิธี

$\therefore$ ความน่าจะเป็นที่ B **ไม่**ยืนริมแถวเท่ากับ $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

19. เฉลย 4) 220

จากตารางแจกแจงความถี่สะสม จะได้

ความน่าจะเป็นที่นักเรียนได้คะแนนช่วง 30–39 คือ $\frac{a-40}{150}$

ความน่าจะเป็นที่นักเรียนได้คะแนน 60 คะแนนขึ้นไป คือ $\frac{150-b}{150}$

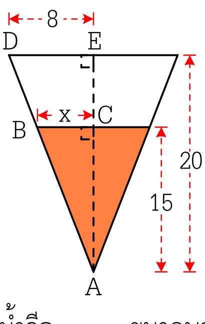
จากโจทย์จะได้ว่า

$$\frac{a-40}{150} - \frac{150-b}{150} = 0.2$$

$$a - 40 - 150 + b = 30$$

$$a + b = 220$$

20. เฉลย 2) $\frac{740}{3}\pi$



$\because \ \Delta ABC \sim \Delta ADE$

$\therefore \ \frac{15}{x} = \frac{20}{8}$

$x = 6$ เซนติเมตร

$\therefore$ จะต้องเติมน้ำอีก = ขนาดบรรจุของกรวย – ปริมาตรของน้ำที่บรรจุอยู่สูง 15 เซนติเมตร

$$= \frac{1}{3}\pi\left(\frac{16}{2}\right)^2(20) - \frac{1}{3}\pi(6)^2(15)$$

$$= \frac{1280}{3}\pi - \frac{540}{3}\pi$$

$$= \frac{740}{3}\pi \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

ข้อ 21-40 (ข้อละ 3 คะแนน)

21. เฉลย 2) 150 ตัว

จาก

$$\frac{\text{น้ำหนักรวมของแมว}}{\text{น้ำหนักรวมของแมวและสุนัข}} = \frac{3}{5+3} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\text{น้ำหนักรวมของแมว}}{1,200} = \frac{3}{8}$$

$$\therefore\ \text{น้ำหนักรวมของแมว} = \frac{3}{8} \times 1,200 = 450$$

สมมติให้มีแมวอยู่ C ตัว ดังนั้น

$$\frac{\text{น้ำหนักรวมของแมว}}{C} \le 3$$

$$\frac{450}{C} \le 3$$

$$\therefore\ 150 \le C$$

ดังนั้น ฟาร์มแห่งนี้มีแมว**อย่างน้อยที่สุด** 150 ตัว

22. เฉลย 3) 18

จาก

$$\sqrt{x^2 - 6\sqrt{x^2 - 9}} \le 3$$

$$\sqrt{(x^2 - 9) - 6\sqrt{x^2 - 9} + 9} \le 3$$

$$\sqrt{(\sqrt{x^2 - 9} - 3)^2} \le 3$$

$$|\sqrt{x^2 - 9} - 3| \le 3$$

$$-3 \le \sqrt{x^2 - 9} - 3 \le 3$$

$$0 \le \sqrt{x^2 - 9} \le 6$$

$$0 \le x^2 - 9 \le 36$$

$$9 \le x^2 \le 45$$

จะได้ จำนวนนับ x ที่สอดคล้อง คือ 3, 4, 5 และ 6

$\therefore$ ผลบวกของจำนวนนับ x ที่สอดคล้อง = 3 + 4 + 5 + 6 = 18

23. เฉลย 1) 12

พิจารณา

$$\begin{aligned}
ab &= (\sqrt{x+4} + \sqrt{x})^3 (\sqrt{x+4} - \sqrt{x})^3 \\
&= [(\sqrt{x+4})^2 - (\sqrt{x})^2]^3 \\
&= (x + 4 - x)^3 \\
&= 4^3 \\
&= 64 \\
(a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\
&= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab \\
&= (a + b)^2 - 4ab \\
&= (20)^2 - 4(64) \\
&= 144 \\
|a - b| &= \sqrt{(a - b)^2} \\
&= \sqrt{144} = 12
\end{aligned}$$

24. เฉลย 3) $c < b < a$

$$a = (\sqrt{2567} - \sqrt{2024}) \times \frac{\sqrt{2567}+\sqrt{2024}}{\sqrt{2567}+\sqrt{2024}}$$

$$= \frac{2567-2024}{\sqrt{2567}+\sqrt{2024}} = \frac{543}{\sqrt{2567}+\sqrt{2024}}$$

$$b = (\sqrt{2568} - \sqrt{2025}) \times \frac{\sqrt{2568}+\sqrt{2025}}{\sqrt{2568}+\sqrt{2025}}$$

$$= \frac{2568-2025}{\sqrt{2568}+\sqrt{2025}} = \frac{543}{\sqrt{2568}+\sqrt{2025}}$$

$$c = (\sqrt[3]{2568} - \sqrt[3]{2025}) \times \frac{(\sqrt[3]{2568})^2 + (\sqrt[3]{2568})(\sqrt[3]{2025}) + (\sqrt[3]{2025})^2}{(\sqrt[3]{2568})^2 + (\sqrt[3]{2568})(\sqrt[3]{2025}) + (\sqrt[3]{2025})^2}$$

$$= \frac{543}{(\sqrt[3]{2568})^2 + \sqrt[3]{(2568)(2025)} + (\sqrt[3]{2025})^2}$$

จาก $\frac{2}{3} > \frac{1}{2}$ จะได้ $(2568)^{2/3} > (2568)^{1/2}$ หรือ $(\sqrt[3]{2568})^2 > \sqrt{2568}$

และ $(2025)^{2/3} > (2025)^{1/2}$ หรือ $(\sqrt[3]{2025})^2 > \sqrt{2025}$

เศษส่วนที่ตัวเศษมีค่าเท่ากันเมื่อตัวหารมีค่า**มากกว่า** จะทำให้ผลหารมีค่า**น้อยกว่า**

$\therefore\ c < b < a$

25. เฉลย 4) 3

พิจารณา $\sqrt{2x+4+2\sqrt{x^2+4x+3}} = \sqrt{(x+1)+(x+3)+2\sqrt{(x+1)(x+3)}}$

$$= \sqrt{(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+3})^2}$$

$$= \sqrt{x+1} + \sqrt{x+3}$$

และ $\sqrt{2x+5-2\sqrt{x^2+5x+4}} = \sqrt{(x+4)+(x+1)-2\sqrt{(x+4)(x+1)}}$

$$= \sqrt{(\sqrt{x+4}-\sqrt{x+1})^2}$$

$$= \sqrt{x+4} - \sqrt{x+1}$$

ดังนั้น จากโจทย์จะได้ $\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4} = \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{x+4} = \sqrt{7} + \sqrt{6}$$

$$\therefore\ x = 3$$

26. เฉลย 3) $2\sqrt{2}$

จากสมการพาราโบลา $y = -a(x-h)^2 + k$

แทนค่าจุดยอด (1, 1) จะได้ $y = -a(x-1)^2 + 1$

แทนค่าจุด (0, −3) จะได้ $-3 = -a(0-1)^2 + 1$

$$a = 4$$

$\therefore$ สมการพาราโบลา คือ $y = -4(x-1)^2 + 1$

แทนค่า $y = -7$ ในสมการพาราโบลา จะได้

$$-7 = -4(x-1)^2 + 1$$

$$(x-1)^2 = 2$$

$$x - 1 = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$$

$$x = 1+\sqrt{2}, 1-\sqrt{2}$$

จุดทั้งสอง คือ $(1+\sqrt{2}, -7)$ และ $(1-\sqrt{2}, -7)$

$\therefore$ จุดทั้งสองอยู่ห่างกัน $(1+\sqrt{2}) - (1-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$ หน่วย

27. เฉลย 4) 3, 7

พิจารณาสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ จะได้ว่า

$$\frac{c}{a} = 24 \quad \text{และ} \quad \frac{b}{a} = -10$$

$$c = 24a \quad \text{และ} \quad b = -10a$$

แทนค่า b, c ลงในสมการ

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c - 3a &= 0 \\ ax^2 - 10ax + 24a - 3a &= 0 \\ x^2 - 10x + 24 - 3 &= 0 \\ x^2 - 10x + 21 &= 0 \\ (x-7)(x-3) &= 0 \\ x &= 3, 7 \end{aligned}$$

28. เฉลย 1) 2 : 3

จากโจทย์ AD : BF = 3 : 4 หรือ 3m : 4m เมื่อ m > 0

จากโจทย์ CD // EF ทำให้ Δ BEF ~ Δ BCD

($\hat{B}$ เป็นมุมร่วม, $B\hat{E}F = B\hat{C}D$ และ $B\hat{F}E = B\hat{D}C$, มุมภายนอก = มุมภายในบนข้างเดียวกันของเส้นตัด)

จะได้ $\frac{BF}{BD} = \frac{BE}{BC}$ นั่นคือ $\frac{4m}{4m + x} = \frac{BE}{BC}$ (ให้ FD = x) ...(1)

ในทำนองเดียวกัน เมื่อ AC//DE ทำให้ Δ BDE ~ Δ BAC

จะได้ $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$ นั่นคือ $\frac{4m + x}{4m + x + 3m} = \frac{BE}{BC}$ ...(2)

(1) = (2) ; $\frac{4m}{4m + x} = \frac{4m + x}{4m + x + 3m}$

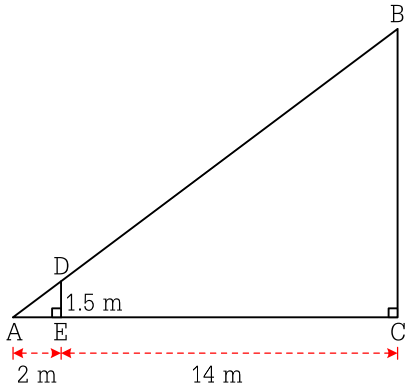
คูณไขว้ ;

$$\begin{aligned} 28m^2 + 4mx &= 16m^2 + 8mx + x^2 \\ x^2 + 4mx - 12m^2 &= 0 \\ (x + 6m)(x - 2m) &= 0 \\ \therefore\ x &= 2m \quad (\because\ m > 0 \text{ และ } x > 0) \end{aligned}$$

ดังนั้น FD : DA = 2m : 3m หรือ 2 : 3

29. เฉลย 3) 17.5 เมตร

เขียนรูปตามโจทย์ โดยให้ DE และ AE แทนความสูงและเงาของเสาปูน ตามลำดับ
BC และ AC แทนความสูงและเงาของต้นไม้ ตามลำดับ



$$\begin{aligned} AD &= \sqrt{AE^2 + DE^2} \quad \text{(ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)} \\ &= \sqrt{(2)^2 + (1.5)^2} \\ &= 2.5 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$

จากรูป Δ ABC ~ Δ ADE เพราะว่า สามเหลี่ยมทั้ง 2 รูปมีขนาดของมุมเท่ากันเป็นคู่ๆ สามคู่

จะได้ว่า $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

แทนค่า $\frac{AB}{2.5} = \frac{16}{2}$

$$AB = 2.5 \times \frac{16}{2} = 20 \text{ เมตร}$$

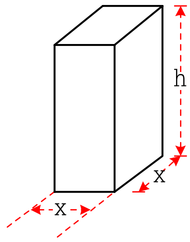
$$\begin{aligned} \therefore\ BD &= AB - AD \\ &= 20 - 2.5 = 17.5 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

30. เฉลย 3) $\dfrac{\ell^2}{144}$

สมมติให้ x คือ ด้านของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

ตัดลวดมาทำส่วนฐานและหัวทั้งหมด $4x + 4x = 8x$

ดังนั้นเหลือลวดยาว $\ell - 8x$ และจะได้ว่า $h = \dfrac{\ell - 8x}{4}$



นั่นคือ พื้นที่ผิว $= A = 2x^2 + \left(\dfrac{\ell - 8x}{4}\right)(x)(4)$

$$= 2x^2 + \ell x - 8x^2$$

$$= -6x^2 + \ell x$$

A มีค่า**มากที่สุด**เมื่อ $x = \dfrac{-\ell}{2(-6)} = \dfrac{\ell}{12}$

ดังนั้น พื้นที่ฐาน $= x^2 = \left(\dfrac{\ell}{12}\right)^2 = \dfrac{\ell^2}{144}$

31. เฉลย 1) $\dfrac{10}{3}$

ถ้า 3 เป็นรากของสมการ $ax^2 + bx + a = 0$

แทนค่า x = 3 จะได้ว่า $9a + 3b + a = 0$ นั่นคือ $b = -\dfrac{10}{3}a$

เนื่องจาก สมการ $ax^2 + bx + c = 0$ มีรากของสมการเป็น $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ดังนั้น สมการโจทย์ คือ $ax^2 - \dfrac{10}{3}ax + a = 0$ จะมีรากของสมการเป็น

$$x = \frac{\frac{10}{3}a \pm \sqrt{\frac{100a^2}{9} - 4a^2}}{2a}$$

$$= \frac{5}{3} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\frac{100-36}{9}}$$

$$= \frac{5}{3} \pm \frac{4}{3}$$

ดังนั้น ผลบวกของรากของสมการ คือ $\left(\dfrac{5}{3} + \dfrac{4}{3}\right) + \left(\dfrac{5}{3} - \dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{10}{3}$

32. เฉลย 3) 24 ตารางหน่วย

จาก $2\sin^2x + 1 = -\sin x + 2\sqrt{2\sin^2x + \sin x}$

$$2\sin^2x + \sin x + 1 = 2\sqrt{2\sin^2x + \sin x}$$

ให้ $P = \sqrt{2\sin^2x + \sin x}$; $P^2 + 1 = 2P$

$$P^2 - 2P + 1 = 0$$

$$(P - 1)^2 = 0$$

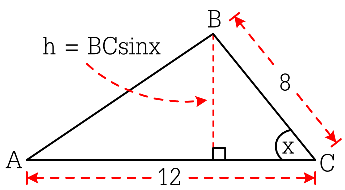
$$P = \sqrt{2\sin^2x + \sin x} = 1$$

$$2\sin^2x + \sin x - 1 = 0$$

$$(2\sin x - 1)(\sin x + 1) = 0$$

$$\sin x = \frac{1}{2}, -1$$

แต่ x เป็นมุมแหลม ดังนั้น $\sin x = \dfrac{1}{2}$



พื้นที่สามเหลี่ยม ABC $= \dfrac{1}{2}(AC)(BC)\sin x$

$$= \frac{1}{2}(12)(8)\left(\frac{1}{2}\right)$$

= 24 ตารางหน่วย

33. เฉลย 4) 1/4

เนื่องจาก $\dfrac{1}{n^3+3n^2+2n} = \dfrac{1}{n(n+1)(n+2)}$

$= \dfrac{1}{2}\left[\dfrac{1}{n(n+1)} - \dfrac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$

ดังนั้น $\dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{24} + \dfrac{1}{60} + \dfrac{1}{120} + \cdots$

$= \dfrac{1}{1\cdot2\cdot3} + \dfrac{1}{2\cdot3\cdot4} + \dfrac{1}{3\cdot4\cdot5} + \cdots$

$= \dfrac{1}{2}\left[\left(\dfrac{1}{1\cdot2} - \dfrac{1}{2\cdot3}\right) + \left(\dfrac{1}{2\cdot3} - \dfrac{1}{3\cdot4}\right) + \left(\dfrac{1}{3\cdot4} - \dfrac{1}{4\cdot5}\right) + \cdots\right]$

$= \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}$

$= \dfrac{1}{4}$

34. เฉลย 4) 64

จากโจทย์ $(3x-1)^6 = a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + \cdots + a_0$

เมื่อแทน x = 1 จะได้

$(3\cdot1-1)^6 = a_6\cdot1^6 + a_5\cdot1^5 + a_4\cdot1^4 + \cdots + a$

ดังนั้น $a_6 + a_5 + a_4 + \cdots + a_0 = 2^6 = 64$

35. เฉลย 1) 68

$$
\begin{aligned}
abc + ab + bc + ac + a + b + c &= 200 \\
(abc + ab) + (bc + b) + (ac + a) + (c + 1) &= 200 + 1 \\
ab(c + 1) + b(c + 1) + a(c + 1) + (c + 1) &= 201 \\
(c + 1)(ab + b + a + 1) &= 201 \\
(c + 1)[(ab + b) + (a + 1)] &= 201 \\
(c + 1)[b(a + 1) + (a + 1)] &= 201 \\
(c + 1)(b + 1)(a + 1) &= 1 \times 3 \times 67
\end{aligned}
$$

ดังนั้น $a + b + c = 0 + 2 + 66 = 68$

* หมายเหตุ 67 เป็นจำนวนเฉพาะ

36. เฉลย 3) 61

แยกตัวประกอบของ $x^2 + x - 2$ ได้ $(x-1)(x+2)$

เพราะว่า $x^2 + x - 2$ เป็นตัวประกอบของ $2x^3 + ax^2 - x + b$

ดังนั้น $(x-1)$ และ $(x+2)$ เป็นตัวประกอบของ $2x^3 + ax^2 - x + b$

จะได้ $2(1)^3 + a(1)^2 - 1 + b = 0$

$a + b = -1$ ...(1)

และ $2(-2)^3 + a(-2)^2 + 2 + b = 0$

$4a + b = 14$ ...(2)

(2) – (1) ; $3a = 15$

$a = 5$

แทนค่า a = 5 ใน (1) ; $b = -6$

$\therefore\ a^2 + b^2 = 5^2 + (-6)^2$

$= 25 + 36$

$= 61$

37. เฉลย 2) 42

จำนวนรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็นจุดใน 6 จุดที่กำหนดเท่ากับ $\binom{6}{3} = 20$ รูป

จำนวนรูปสี่เหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็นจุดใน 6 จุดที่กำหนดเท่ากับ $\binom{6}{4} = 15$ รูป

จำนวนรูปห้าเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็นจุดใน 6 จุดที่กำหนดเท่ากับ $\binom{6}{5} = 6$ รูป

จำนวนรูปหกเหลี่ยมที่มีจุดยอดเป็นจุดใน 6 จุดที่กำหนดเท่ากับ $\binom{6}{6} = 1$ รูป

ดังนั้น จำนวนรูปหลายเหลี่ยมทั้งหมด คือ $20 + 15 + 6 + 1 = 42$ รูป

38. เฉลย 1) $\frac{1}{8}$

หา n(S) จำนวนเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

$$\underset{\substack{\uparrow\\ \text{ลูกเต๋า}\\ \text{ลูกที่ 1}\\ \text{ครั้งที่ 1}}}{6} \times \underset{\substack{\uparrow\\ \text{ลูกเต๋า}\\ \text{ลูกที่ 2}\\ \text{ครั้งที่ 1}}}{6} \times \underset{\substack{\uparrow\\ \text{ลูกเต๋า}\\ \text{ลูกที่ 1}\\ \text{ครั้งที่ 2}}}{6} \times \underset{\substack{\uparrow\\ \text{ลูกเต๋า}\\ \text{ลูกที่ 2}\\ \text{ครั้งที่ 2}}}{6} = 6^4 \text{ วิธี}$$

หา n(E) การทอดลูกเต๋าสองลูกให้แต้มรวมเป็น 7 เกิดได้ 6 วิธี คือ

(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)

จำนวนวิธีการทอดลูกเต๋าสองลูกให้ผลคูณเป็นจำนวนคู่ เท่ากับจำนวนวิธีการทอดลูกเต๋าทั้งหมดลบออกด้วยจำนวนวิธีการทอดลูกเต๋าสองลูกที่ให้ผลคูณเป็นจำนวนคี่

ดังนั้น จำนวนวิธีในการทอดลูกเต๋าสองลูกให้ผลคูณเป็นจำนวนคู่ เท่ากับ

$$6 \times 6 - \underbrace{(3 \times 3)}_{\text{ลูกเต๋าหงายแต้ม 1 หรือ 3 หรือ 5}} = 27 \text{ วิธี}$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นตามเงื่อนไขของโจทย์เท่ากับ $\dfrac{\overset{\text{ผลรวมเป็น 7}}{6} \times \overset{\text{ผลคูณเป็นจำนวนคู่}}{27}}{6^4} = \dfrac{1}{8}$

39. เฉลย 3) 120 องศา

จากรูป

$O\hat{B}C = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ (เป็นมุมประชิดสองมุมฉาก)

$O\hat{C}B = O\hat{B}C = 50^\circ$ เพราะว่ารัศมี OB = รัศมี OC

$\therefore C\hat{O}B = 180^\circ - O\hat{B}C - O\hat{C}B$ (ผลบวกมุมภายในรูป $\Delta = 180^\circ$)

$= 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ$

$\therefore C\hat{A}B = \frac{1}{2}(C\hat{O}B) = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

(มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดเป็น 2 เท่าของมุมที่เส้นรอบวง)

พิจารณามุมที่เกิดจากเส้นสัมผัส จะได้ว่า

$60^\circ + A\hat{C}O = 90^\circ$ (รัศมีจะตั้งฉากกับเส้นสัมผัส ณ จุดสัมผัส)

$\therefore A\hat{C}O = 30^\circ$

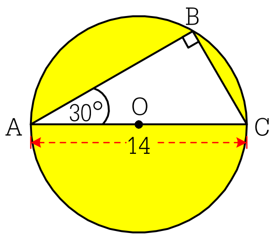
พิจารณา Δ ABC ที่มี $A\hat{B}F$ เป็นมุมภายนอก จะได้ว่า

$A\hat{B}F = C\hat{A}B + (O\hat{C}B + A\hat{C}O)$

$= 40^\circ + (50^\circ + 30^\circ)$

$= 120^\circ$

40. เฉลย 4) 111.566 หน่วย^2



พิจารณา Δ ABC ที่บรรจุในวงกลม O เนื่องจากเป็นสามเหลี่ยมในครึ่งวงกลม จึงมี $A\hat{B}C$ เป็น 90°

จากรูป

$$\sin B\hat{A}C = \frac{BC}{AC}$$
$$\sin 30^\circ = \frac{BC}{14}$$
$$BC = 14 \sin 30^\circ$$
$$= 14 \times \frac{1}{2} = 7 \text{ หน่วย}$$

$$\cos B\hat{A}C = \frac{AB}{AC}$$
$$\cos 30^\circ = \frac{AB}{14}$$
$$AB = 14 \cos 30^\circ$$
$$= 14 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 7\sqrt{3} \text{ หน่วย}$$

ดังนั้น พื้นที่แรเงา = พื้นที่วงกลม – พื้นที่สามเหลี่ยม ABC

$$= \left(\frac{22}{7} \times 7 \times 7\right) - \left(\frac{1}{2} \times 7 \times 7\sqrt{3}\right)$$
$$= 154 - 42.434$$
$$= 111.566 \text{ หน่วย}^2$$

✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧