เฉลยข้อสอบ PRE-ม.ต้น'67

ชุดวิชา T432401 : คณิตศาสตร์ (เตรียมอุดมศึกษา)

1. 2)	**2.** 1)	**3.** 1)	**4.** 4)	**5.** 1)	**6.** 2)	**7.** 3)	**8.** 1)	**9.** 1)	**10.** 4)
11. 4)	**12.** 4)	**13.** 1)	**14.** 2)	**15.** 2)	**16.** 3)	**17.** 4)	**18.** 3)	**19.** 2)	**20.** 4)
21. 2)	**22.** 3)	**23.** 2)	**24.** 3)	**25.** 4)	**26.** 1)	**27.** 3)	**28.** 2)	**29.** 2)	**30.** 1)
31. 4)	**32.** 1)	**33.** 2)	**34.** 2)	**35.** 4)	**36.** 3)	**37.** 3)	**38.** 2)	**39.** 3)	**40.** 2)
41. 1)	**42.** 3)	**43.** 3)	**44.** 2)	**45.** 3)	**46.** 4)	**47.** 1)	**48.** 4)	**49.** 1)	**50.** 3)

ตัวอย่างเฉลยเท่านั้น

เฉลยข้อสอบ PRE-ม.ต้น'67

ชุดวิชา T432401 : คณิตศาสตร์ (เตรียมอุดมศึกษา)

1. เฉลย 2) -1

จาก $2^{x^2+2x} - 2^{x^2+1} - 4^{x+1} + 2^3 = 0$

$(2^{x^2} \cdot 2^{2x}) - (2^{x^2} \cdot 2) - (2^{2x} \cdot 2^2) + 2^3 = 0$

$2^{x^2}(2^{2x} - 2) - 2^2(2^{2x} - 2) = 0$

$(2^{x^2} - 2^2)(2^{2x} - 2) = 0$

จะได้ $2^{x^2} = 2^2$ หรือ $2^{2x} = 2$

$x^2 = 2$ | $2x = 1$

$x = -\sqrt{2}, \sqrt{2}$ | $x = \frac{1}{2}$

ดังนั้น ผลคูณของค่า x เท่ากับ $(\sqrt{2})(-\sqrt{2})\left(\frac{1}{2}\right) = -1$

2. เฉลย 1) $x^2 + x - 16$

จาก $P(Q(x)) = Q(P(x))$

$P(x + k) = Q(x^2 - a)$

$(x + k)^2 - a = (x^2 - a) + k$

$x^2 + 2kx + k^2 - a = x^2 - a + k$

$2kx + k^2 - k = 0$

จะได้ $2k = 0$ และ $k^2 - k = 0$

$k = 0$ | $k(k - 1) = 0$

$k = 0, 1$

นั่นคือ $k = 0$

จาก $P(Q(4)) = 0$

$P(4) = 0$

$16 - a = 0$

$a = 16$

จะได้ $P(x) = x^2 - 16$ และ $Q(x) = x$

ดังนั้น $P(x) + Q(x) = x^2 + x - 16$

3. เฉลย 1) 0

เนื่องจาก $1 - |x - 1| \neq 0$

$|x - 1| \neq 1$

$x - 1 \neq 1, -1$

$x \neq 2, 0$ ...(1)

จาก $(x^2 - 3x - 4)(x^2 + x - 6) = 0$

$(x - 4)(x + 1)(x + 3)(x - 2) = 0$

$x = 4, -1, -3, 2$ ...(2)

จาก (1) และ (2) จะได้ $x = -3, -1, 4$

ดังนั้น $(-3) + (-1) + 4 = 0$

ข้อสอบคณิตศาสตร์ไทย

4. เฉลย 4) 25

จากโจทย์ จะได้

$$\begin{aligned} 4x - 3y &= 0 \quad \text{และ} \quad x^2 - x - 6 = 0 \quad \text{และ} \quad y^2 - 3y - 4 = 0 \\ 4x &= 3y \qquad (x-3)(x+2) = 0 \qquad (y-4)(y+1) = 0 \\ & \qquad\quad x = 3, -2 \qquad\quad y = 4, -1 \end{aligned}$$

นั่นคือ $x = 3, y = 4$

ดังนั้น $x^2 + y^2 = 9 + 16$

$= 25$

5. เฉลย 1) $\frac{1}{35}$

$$\begin{aligned} 56^x &= 7 \\ \frac{56^x}{56} &= \frac{7}{56} \\ 56^{x-1} &= \frac{1}{8} \\ 56 &= \left(\frac{1}{8}\right)^{1/(x-1)} \\ \frac{1}{56} &= 8^{1/(x-1)} \\ \left(\frac{1}{56}\right)^{x+y} &= 8^{(x+y)/(x-1)} \\ \left(\frac{1}{56}\right)^x \cdot \left(\frac{1}{56}\right)^y &= 8^{(x+y)/(x-1)} \\ \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{5} &= 8^{(x+y)/(x-1)} \\ \frac{1}{35} &= 8^{(x+y)/(x-1)} \end{aligned}$$

จาก $56^x = 7$ จะได้ $\left(\frac{1}{56}\right)^x = \frac{1}{7}$

จาก $56^y = 5$ จะได้ $\left(\frac{1}{56}\right)^y = \frac{1}{5}$

6. เฉลย 2) 495

$$\begin{aligned} 2\sqrt{2} &< \sqrt{x-10} < 3\sqrt{3} \\ (2\sqrt{2})^2 &< (\sqrt{x-10})^2 < (3\sqrt{3})^2 \quad \text{และ} \quad x - 10 \geq 0 \\ 8 &< x - 10 < 27 \qquad\qquad x \geq 10 \\ 18 &< x < 37 \end{aligned}$$

จะได้ $x = 19, 20, 21, \ldots, 36$

ดังนั้น ผลบวกของค่า x ที่เป็นไปได้เท่ากับ $\frac{18}{2}(19 + 36) = 495$

7. เฉลย 3) 2,194

จาก $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} = \frac{43}{1,097}$

$$\begin{aligned} \frac{a+b+c}{a+b} + \frac{a+b+c}{b+c} + \frac{a+b+c}{a+c} &= \frac{43}{1,097}(a+b+c) \\ \left(1 + \frac{c}{a+b}\right) + \left(1 + \frac{a}{b+c}\right) + \left(1 + \frac{b}{a+c}\right) &= \frac{43}{1,097}(a+b+c) \\ 83 + 3 &= \frac{43}{1,097}(a+b+c) \\ 86 \times \frac{1,097}{43} &= a+b+c \\ \therefore \quad a+b+c &= 2,194 \end{aligned}$$

ขอสงวนลิขสิทธิ์

8. เฉลย 1) $\frac{99}{101}$

จากสูตร $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$

จะได้ว่า $\frac{1}{\sqrt{1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3}} = \frac{2}{n(n+1)}$

จากโจทย์ จะได้ $\frac{2}{2\cdot 3} + \frac{2}{3\cdot 4} + \frac{2}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{2}{100\cdot 101}$

$= 2\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{100} - \frac{1}{101}\right)\right]$

$= 2\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{101}\right]$

$= \frac{99}{101}$

9. เฉลย 1) $-\frac{3}{4}$

จาก a, b, c เป็นคำตอบของสมการพหุนามดีกรี 3

จะได้ $(x-a)(x-b)(x-c) = 0$

$x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+ac+bc)x - abc = 0$

เทียบกับ $x^3 - 4x + 1 = 0$

จะได้ $a + b + c = 0$ ...(1)

$ab + ac + bc = -4$ ...(2)

$abc = -1$ ...(3)

จาก $\frac{a^2bc}{a^3+1} + \frac{ab^2c}{b^3+1} + \frac{abc^2}{c^3+1} = abc\left(\frac{a}{a^3+1} + \frac{b}{b^3+1} + \frac{c}{c^3+1}\right)$ ...(4)

เนื่องจาก $x^3 - 4x + 1 = 0$

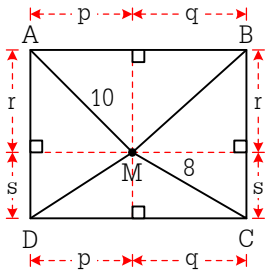
$4x = x^3 + 1$

$\frac{x}{x^3+1} = \frac{1}{4}$

จะได้ $\frac{a}{a^3+1} = \frac{b}{b^3+1} = \frac{c}{c^3+1} = \frac{1}{4}$ ...(5)

แทน (3) และ (5) ใน (4) ; $\therefore$ คำตอบ $= (-1)\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) = -\frac{3}{4}$

10. เฉลย 4) 164



ลากเส้นประผ่านจุด M และให้ p, q r และ s เป็นระยะที่กำหนดในรูป

จะได้ $(DM)^2 + (BM)^2 = (p^2 + s^2) + (q^2 + r^2)$ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$= p^2 + r^2 + q^2 + s^2$

$= 10^2 + 8^2$

$= 164$

11. เฉลย 4) 2

$$\sqrt[3]{x^2+x-2} - \sqrt[3]{x^2-2x-3} = -\sqrt[3]{x^2-x-6} + \sqrt[3]{x^2-1}$$
$$\sqrt[3]{(x-1)(x+2)} - \sqrt[3]{(x-3)(x+1)} = -\sqrt[3]{(x-3)(x+2)} + \sqrt[3]{(x-1)(x+1)}$$
$$\sqrt[3]{(x-1)(x+2)} - \sqrt[3]{(x-1)(x+1)} = \sqrt[3]{(x-3)(x+1)} - \sqrt[3]{(x-3)(x+2)}$$
$$\sqrt[3]{x-1}\left[\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x+1}\right] = \sqrt[3]{x-3}\left[\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x+2}\right]$$
$$\sqrt[3]{x-1}\left[\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x+1}\right] = -\sqrt[3]{x-3}\left[\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x+1}\right]$$

จะได้ $\sqrt[3]{x+2} = \sqrt[3]{x+1}$ หรือ $\sqrt[3]{x-1} = -\sqrt[3]{x-3}$

$x+2 = x+1$ | $x-1 = -(x-3)$

$2 = 1$ | $2x = 4$

กรณีนี้ไม่มีคำตอบ | $x = 2$

$\therefore x = 2$

12. เฉลย 4) 16

$$2xy - 5x + y = 55$$
$$4xy - 10x + 2y = 110$$
$$4xy - 10x + 2y - 5 = 105$$
$$2x(2y-5) + (2y-5) = 105$$
$$(2x+1)(2y-5) = 1 \times 3 \times 5 \times 7$$

ดังนั้น (x, y) เกิดขึ้นได้ทั้งหมด $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ คู่อันดับ

13. เฉลย 1) $a+b+c$

$$\frac{x-a}{bc} + \frac{x-b}{ca} + \frac{x-c}{ab} = \frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c}$$
$$\frac{ax-a^2+bx-b^2+cx-c^2}{abc} = \frac{2bc+2ca+2ab}{abc}$$
$$(a+b+c)x = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$$
$$(a+b+c)x = (a+b+c)^2$$
$$x = a+b+c$$

14. เฉลย 2) 2

จาก $x^2+5y^2+4z^2-4xy-4yz = 0$

$(x^2-4xy+4y^2)+(y^2-4yz+4z^2) = 0$

$(x-2y)^2+(y-2z)^2 = 0$

จะได้ $x-2y = 0$ และ $y-2z = 0$

$x = 2y$ | $y = 2z$ หรือ $z = \frac{y}{2}$

ดังนั้น $\frac{x+y}{y+z} = \frac{(2y)+y}{y+\left(\frac{y}{2}\right)}$

$= \frac{3y}{\frac{3y}{2}} = 2$

ขยายโอกาสทางการศึกษา

15. เฉลย 2) 9 ตารางหน่วย

จากโจทย์ $(3a + 2b)^2 - (2a + 3b)^2 = 90$

$(a - b)(5a + 5b) = 90$

$(a - b)(a + b) = 18$

ดังนั้น พื้นที่รูปสามเหลี่ยม $= \frac{1}{2}(a + b)(a - b)$

$= \frac{1}{2}(18) = 9$ ตารางหน่วย

16. เฉลย 3) -3

$x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 8z + 29 \leq 0$

$(x^2 + 4x + 4) + (y^2 - 6y + 9) + (z^2 + 8z + 16) \leq 0$

$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 \leq 0$

จะได้ $x = -2$ และ $y = 3$ และ $z = -4$

$\therefore\ x + y + z = -2 + 3 - 4 = -3$

17. เฉลย 4) 2,300

จากโจทย์ $f(x + 1) - f(x) = 2x + 1$

จะได้ $f(-99) - f(-100) = 2(-100) + 1$ ...(1)

$f(-98) - f(-99) = 2(-99) + 1$ ...(2)

$\vdots$

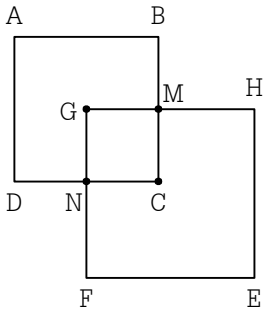
$f(0) - f(-1) = 2(-1) + 1$ ...(100)

(1) + (2) + ··· + (100) ; $f(0) - f(-100) = -2[100 + 99 + \cdots + 1] + 100$

แทนค่า $f(-100) = 12{,}300$; $\therefore\ f(0) = 12{,}300 - 2\left(\frac{100 \cdot 101}{2}\right) + 100$

$= 2{,}300$

18. เฉลย 3) 112 หน่วย



สมมติให้ ความยาวด้านของรูป จ ABCD = 3x หน่วย

จะได้ ความยาวด้านของรูป จ EFGH = 4x หน่วย

และให้ ความยาวด้านของรูป จ CNGM = y หน่วย

จะได้ $(3x)^2 + (4x)^2 - y^2 = 1{,}000$

$25x^2 - y^2 = 1{,}000$

$(5x - y)(5x + y) = 1{,}000$

กรณี $5x - y = 1$, $5x + y = 1{,}000$ จะได้ $x = \frac{1{,}001}{10}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม

$5x - y = 2$, $5x + y = 500$ จะได้ $x = \frac{502}{10}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม

$\vdots$

$5x - y = 10$, $5x + y = 100$ จะได้ $x = 11$ และ $y = 45$

แต่ $y > 4x > 3x$ ซึ่ง**ไม่สอดคล้อง**กับเงื่อนไขของโจทย์

$5x - y = 20$, $5x + y = 50$ จะได้ $x = 7$ และ $y = 15$

โดย $y < 3x < 4x$ ซึ่งเป็นกรณีเดียวที่สอดคล้องกับโจทย์

ดังนั้น ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม EFGH เท่ากับ $4(4x) = 4(4 \times 7) = 112$ หน่วย

ตัวอย่างเฉลย

19. เฉลย 2) 1

$$\left(\frac{x}{x+1}\right)\left(\frac{x^4-x^2+x+1}{x}\right)+\frac{[x(x-1)]^2-\frac{1}{x^2}}{x^2-x-\frac{1}{x}} = x+1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$\frac{x^4-x^2+x+1}{x+1}+\frac{\left(x^2-x-\frac{1}{x}\right)\left(x^2-x+\frac{1}{x}\right)}{x^2-x-\frac{1}{x}} = x+1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$\frac{x^2(x^2-1)+(x+1)}{x+1}+\left(x^2-x+\frac{1}{x}\right) = x+1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$\frac{x^2(x-1)(x+1)+(x+1)}{x+1}+\frac{x^3-x^2+1}{x} = x+1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$x^2(x-1)+1+\frac{x^3-x^2+1}{x} = x+1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$(x^3-x^2+1)+\frac{x^3-x^2+1}{x} = x+1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$(x^3-x^2+1)\left(1+\frac{1}{x}\right) = x+1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$(x^3-x^2+1)\frac{(x+1)}{x} = x+1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$x^3-x^2+1 = x \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$x^3-x^2-x+1 = 0 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$x^2(x-1)-(x-1) = 0 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$(x^2-1)(x-1) = 0 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$(x-1)(x+1)(x-1) = 0 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$(x-1)^2(x+1) = 0 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$x = 1, -1 \quad \text{โดย } x \neq -1, 0$$

$$\therefore x = 1$$

20. เฉลย 4) −5

จากพาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ มีจุดยอด $V(h, k) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$

$\therefore$ พาราโบลา $y = x^2 + bx + c$ มีจุดยอด $A(-1, -4) = \left(-\frac{b}{2}, \frac{4c-b^2}{4}\right)$

จะได้ $-1 = -\frac{b}{2}$ และ $-4 = \frac{4c-b^2}{4}$

$b = 2$ | $-16 = 4c - 4$

$-12 = 4c$

$c = -3$

จะได้สมการพาราโบลาในโจทย์เป็น $y = x^2 + 2x - 3$

หาจุดตัดแกน X (แทนค่า $y = 0$) | หาจุดตัดแกน Y (แทนค่า $x = 0$)

$0 = x^2 + 2x - 3$ | $y = -3$

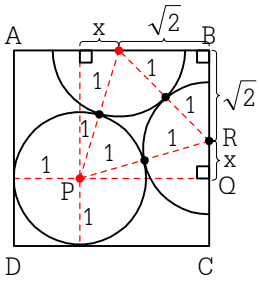
$0 = (x + 3)(x - 1)$ | จะได้ $p = -3$

จะได้ $m = -3, n = 1$

ดังนั้น $m + n + p = -3 + 1 - 3 = -5$

บัณฑิตย์ยอดมาง

21. เฉลย 2) 12



จาก Δ PQR ; $2^2 = x^2 + (x + \sqrt{2})^2$

$4 = x^2 + x^2 + 2\sqrt{2}x + 2$

$0 = 2x^2 + 2\sqrt{2}x - 2$

$0 = x^2 + \sqrt{2}x - 1$

$x = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}, \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$

$\because$ x เป็นความยาวด้าน

จะได้ $x = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

และด้านของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ยาวด้านละ $1 + x + \sqrt{2}$

$= 1 + \left(\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right) + \sqrt{2}$

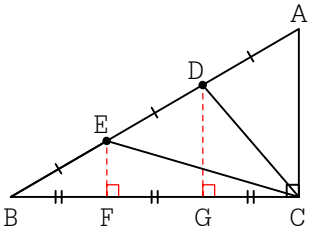
$= \frac{2+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

จะได้ ความยาวรอบรูป $\square$ ABCD $= 4\left(\frac{2+\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}\right) = 4 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

จะได้ a = 4, b = 2, c = 6

$\therefore$ a + b + c = 12

22. เฉลย 3) 36 หน่วย



เขียนรูปตามโจทย์

ลาก DG $\perp$ BC

ลาก EF $\perp$ BC

จากรูป จะได้ EF : DG : AC = 1 : 2 : 3 และ BF : FG : GC = 1 : 1 : 1

Δ CDG ; $CD^2 = CG^2 + DG^2$

$= \frac{1}{9}BC^2 + \frac{4}{9}AC^2$ ...(1)

Δ CEF ; $CE^2 = CF^2 + EF^2$

$= \frac{4}{9}BC^2 + \frac{1}{9}AC^2$ ...(2)

(1) + (2) ; $CD^2 + CE^2 = \frac{5}{9}(BC^2 + AC^2)$

$845 = \frac{5}{9}(BC^2 + 15^2)$

$BC^2 = 3^2(13^2 - 5^2)$

BC = 36 หน่วย

บัญชีเฉลยไม่ทางการ

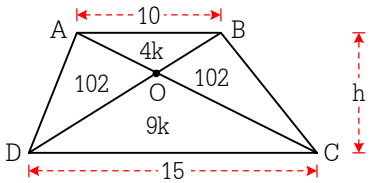
23. เฉลย 2) 170 ตารางหน่วย

จาก อัตราส่วนพื้นที่ของสามเหลี่ยมคล้าย = (อัตราส่วนด้านที่สมนัยกัน)^2

จะได้ พื้นที่ Δ AOB : พื้นที่ Δ COD $= 10^2 : 15^2$

$= 4 : 9$

$= 4k : 9k$



จากรูป $\dfrac{\text{พื้นที่ } \Delta \text{ ABC}}{\text{พื้นที่ } \Delta \text{ DBC}} = \dfrac{\frac{1}{2} \cdot h \cdot 10}{\frac{1}{2} \cdot h \cdot 15}$

จะได้ $\dfrac{102 + 4k}{102 + 9k} = \dfrac{10}{15}$

$k = 17$

ดังนั้น พื้นที่ Δ ABC $= 102 + 4k$

$= 102 + 4(17)$

$= 170$ ตารางหน่วย

24. เฉลย 3) 5

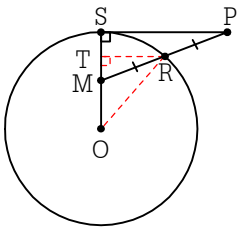
$$\frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} + \frac{z}{xy} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{xyz}$$

$$= \frac{(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + xz)}{xyz}$$

$$= \frac{10^2 - 2(25)}{10}$$

$$= 5$$

25. เฉลย 4) $16\sqrt{2}$ หน่วย



จากรูป $\hat{S} = 90°$ ($\because$ เส้นสัมผัส PS $\perp$ รัศมี OS ที่จุด S)

ลาก $\overline{RT}$ // $\overline{PS}$ ดังรูป จะได้ $\hat{T} = \hat{S} = 90°$ และ MT = TS

(เส้นที่ลากจากจุดกึ่งกลางด้านหนึ่งของรูป Δ ขนานกับด้านที่สองจะแบ่งครึ่งด้านที่สาม)

ให้ MT = TS = x หน่วย

จะได้ OM = OS − MT − TS = 18 − 2x หน่วย

จาก Δ MTR ; $TR^2 = MR^2 - MT^2$ และ Δ OTR ; $TR^2 = OR^2 - OT^2$

$TR^2 = 12^2 - x^2$ $TR^2 = 18^2 - (18 - x)^2$

จะได้ $12^2 - x^2 = 18^2 - (18 - x)^2$

$(18 - x)^2 - x^2 = 18^2 - 12^2$

$(18 - 2x) \cdot 18 = 6 \cdot 30$

$18 - 2x = 10$

$x = 4$

ดังนั้น จาก Δ MSP ; $PS = \sqrt{PM^2 - MS^2}$

$= \sqrt{24^2 - 8^2}$

$= 16\sqrt{2}$ หน่วย

26. เฉลย 1) 26 ตารางหน่วย

สมมติให้ พื้นที่ Δ ABE = m ตารางหน่วย

พื้นที่ $\square$ GHJK = n ตารางหน่วย

และ พื้นที่ Δ JKL = p ตารางหน่วย

เนื่องจาก พื้นที่ Δ ABL = $\frac{1}{2}$ × พื้นที่ $\square$ ABCD

พื้นที่ Δ ABE + พื้นที่ $\square$ BEGH + พื้นที่ $\square$ GHJK + พื้นที่ Δ JKL = $\frac{1}{2}$ × พื้นที่ $\square$ ABCD

$$m + 500 + n + p = \frac{1}{2} \times \text{พื้นที่ } \square \text{ ABCD} \quad ...(1)$$

และ พื้นที่ Δ ABF + พื้นที่ Δ FID = $\frac{1}{2}$ × พื้นที่ $\square$ ABCD

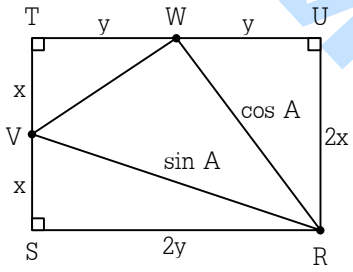
$$(m + 22) + (22 + n + 482) = \frac{1}{2} \times \text{พื้นที่ } \square \text{ ABCD} \quad ...(2)$$

(1) = (2) ; $m + n + p + 500 = m + n + 526$

$p = 26$

$\therefore$ พื้นที่ Δ JKL = 26 ตารางหน่วย

27. เฉลย 3) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ หน่วย



Δ VSR ; $\sin^2 A = x^2 + (2y)^2$ ...(1)

Δ WUR ; $\cos^2 A = (2x)^2 + y^2$ ...(2)

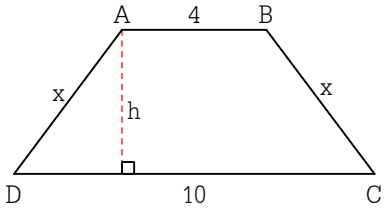
(1) + (2) ; $1 = 5x^2 + 5y^2$

$x^2 + y^2 = \frac{1}{5}$

จาก Δ VTW : $VW = \sqrt{x^2 + y^2}$

ดังนั้น $VW = \frac{1}{\sqrt{5}}$ หน่วย

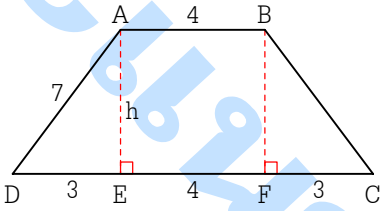
28. เฉลย 2) $2\sqrt{10}$ หน่วย



$2x + 10 + 4 = 28$

$2x = 14$

$x = 7$



Δ ADE ; $h^2 = 7^2 - 3^2$

$h = \sqrt{4 \cdot 10}$

$\therefore h = 2\sqrt{10}$

29. เฉลย 2) $\frac{1}{3}$

$$\tan A + \cot A = 3$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} = 3$$

$$\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A} = 3$$

$$\frac{1}{\sin A \cos A} = 3$$

$$\sin A \cos A = \frac{1}{3}$$

30. เฉลย 1) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

จาก $\sin A + \cos(90^\circ - A) = \cot 45^\circ$

$\sin A + \sin A = 1$

$2\sin A = 1$

$\sin A = \frac{1}{2}$

$A = 30^\circ$

ดังนั้น $\tan A + \cot(90^\circ - A) = \tan A + \tan A$

$= \tan 30^\circ + \tan 30^\circ$

$= \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

$= \frac{2}{\sqrt{3}}$

31. เฉลย 4) 8

จากโจทย์ $x^2 - x - 1 = 0$

จะได้ $x^2 - x = 1$

และ $x^2 = x + 1$

$(x^2)^3 = (x + 1)^3$

$x^6 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

$x^6 = (x^3 + 1) + 3x^2 + 3x$

$x^6 = (x + 1)(x^2 - x + 1) + 3(x + 1) + 3x$

$x^6 = (x + 1)(1 + 1) + 3x + 3 + 3x$

$x^6 = 2(x + 1) + 6x + 3$

$x^6 = 8x + 5$

ดังนั้น $\frac{x^6 - 5}{x} = \frac{(8x + 5) - 5}{x}$

$= 8$

32. เฉลย 1) 1

จาก $a^2 + 9 = 4b$ ...(1)

$b^2 + 1 = 6c$ ...(2)

$c^2 + 4 = 2a$ ...(3)

(1) + (2) + (3) ; $a^2 + b^2 + c^2 + 1 + 4 + 9 = 2a + 4b + 6c$

$(a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 4b + 4) + (c^2 - 6c + 9) = 0$

$(a - 1)^2 + (b - 2)^2 + (c - 3)^2 = 0$

จะได้ $a = 1, b = 2, c = 3$

ดังนั้น $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc + 1 = (a + b - c)^2 + 1$

$= (1 + 2 - 3)^2 + 1$

$= 1$

ข้อสอบโอลิมปิก

33. เฉลย 2) 6

จากโจทย์ $(2x-3)(2x-5)(2x-7)(2x-9) = 105$

จัดรูปใหม่ $(2x-3)(2x-9)(2x-5)(2x-7) = 105$

$$(4x^2-24x+27)(4x^2-24x+35)-105 = 0$$
$$(4x^2-24x)^2+62(4x^2-24x)+840 = 0$$
$$[(4x^2-24x)+20][(4x^2-24x)+42] = 0$$

$4x^2-24x+20 = 0$ หรือ $4x^2-24x+42 = 0$

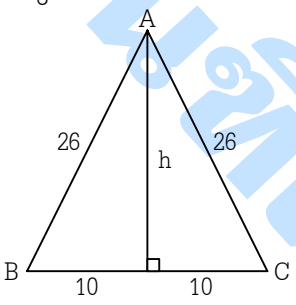
$x^2-6x+5 = 0$ $\quad 2x^2-12x+21 = 0$

$(x-1)(x-5) = 0$ ไม่มีรากสมการที่เป็นจำนวนจริง

$x = 1, 5$ เนื่องจาก $b^2-4ac = (12)^2-4(2)(21) = -24 < 0$

ดังนั้น ผลบวกของคำตอบที่เป็นจำนวนจริงเท่ากับ $1+5 = 6$

34. เฉลย 2) $\frac{20}{3}$ หน่วย



$h = \sqrt{26^2-10^2} = 24$

รัศมีวงกลมแนบในรูปสามเหลี่ยม

$$= \frac{2 \text{ พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม}}{\text{ความยาวรอบรูปสามเหลี่ยม}}$$
$$= \frac{2\times\frac{1}{2}\times 20\times 24}{26+26+20}$$
$$= \frac{20}{3} \text{ หน่วย}$$

35. เฉลย 4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

$3\sqrt{3}x\sec\theta + 4y\tan\theta = 8\cos\theta$ $\quad y\sec\theta + \sqrt{3}x\tan\theta = 2\cot\theta$

$\frac{3\sqrt{3}x}{\cos\theta} + \frac{4y\sin\theta}{\cos\theta} = 8\cos\theta$ $\quad \frac{y}{\cos\theta} + \frac{\sqrt{3}x\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{2\cos\theta}{\sin\theta}$

$\frac{3\sqrt{3}x}{8} + \frac{1}{2}y\sin\theta = \cos^2\theta$ ...(1) $\quad \frac{1}{2}y\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}x\sin^2\theta = \cos^2\theta$ ...(2)

(1) – (2) ; $\frac{3\sqrt{3}x}{8} - \frac{\sqrt{3}}{2}x\sin^2\theta = 0$

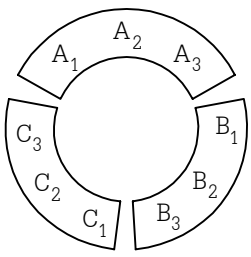
$\sin^2\theta = \frac{3}{4}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ เพราะว่า $0° < \theta < 90°$

$\theta = 60°$

$\therefore \sin\theta\cdot\cos\theta = \sin 60°\cdot\cos 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

36. เฉลย 3) 432 วิธี



ห้อง A, B และ C นั่งรอบโต๊ะกลมได้ $(3-1)! = 2!$ วิธี

ตัวแทนห้อง A สลับที่นั่งได้ $= 3!$ วิธี

ตัวแทนห้อง B สลับที่นั่งได้ $= 3!$ วิธี

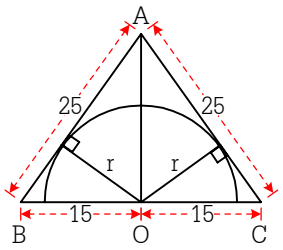
ตัวแทนห้อง C สลับที่นั่งได้ $= 3!$ วิธี

$\therefore$ จำนวนวิธีทั้งหมด $2!3!3!3! = 432$ วิธี

บริษัทแนะนำ

37. เฉลย 3) 72π ตารางหน่วย

จากโจทย์จะได้รูปดังนี้



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส $AO = \sqrt{25^2 - 15^2}$

$AO = 20$ หน่วย

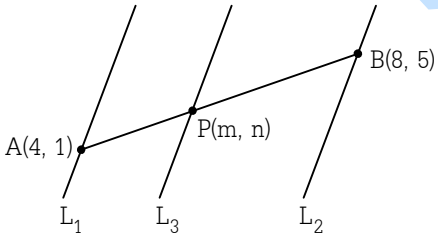
เนื่องจาก พื้นที่ ΔABC = พื้นที่ ΔABO + พื้นที่ ΔACO

$$\frac{1}{2} \times 30 \times 20 = \left(\frac{1}{2} \times 25 \times r\right) + \left(\frac{1}{2} \times 25 \times r\right)$$

$r = 12$ หน่วย

ดังนั้น พื้นที่ครึ่งวงกลมเท่ากับ $\frac{1}{2}\pi(12^2) = 72\pi$ ตารางหน่วย

38. เฉลย 2) 7



จากรูป ความชันของ $\overline{AP}$ = ความชันของ $\overline{AB}$

$$\frac{n-1}{m-4} = \frac{5-1}{8-4}$$

$$\frac{n-1}{m-4} = 1$$

$$n - 1 = m - 4$$

$$n = m - 3$$

เนื่องจาก P อยู่บนเส้นตรง $x = 5$

จะได้ว่า $m = 5$

และได้ $n = 5 - 3$

$= 2$

ดังนั้น $m + n = 5 + 2 = 7$

39. เฉลย 3) $\frac{5}{2} \le x < 3$

$$\frac{x}{1+\sin^2 A} + \frac{x}{1+\csc^2 A} = 4\left(\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - (\sqrt{3})^2\right) + 2x^2$$

$$\frac{x}{1+\sin^2 A} + \frac{x}{1+\frac{1}{\sin^2 A}} = 4\left(\frac{1}{2} - 3\right) + 2x^2$$

$$\frac{x}{1+\sin^2 A} + \frac{x \cdot \sin^2 A}{\sin^2 A + 1} = -10 + 2x^2$$

$$x\left(\frac{1+\sin^2 A}{1+\sin^2 A}\right) = -10 + 2x^2$$

$$0 = 2x^2 - x - 10$$

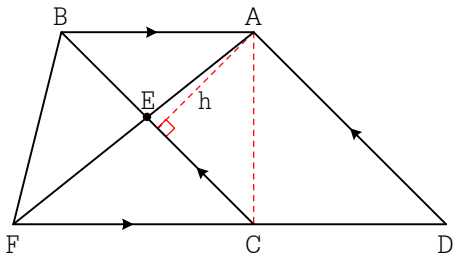
$$0 = (2x - 5)(x + 2)$$

$$x = \frac{5}{2}, -2$$

$\because$ $x > 0$ จะได้ $x = \frac{5}{2}$

ตัวอย่างเฉลยไม่ใช่ของจริง

40. เฉลย 2) 3 : 4



$$\text{พื้นที่ } \Delta ACE = \text{พื้นที่ } \Delta ABC - \text{พื้นที่ } \Delta ABE$$
$$= \frac{1}{2}\text{พื้นที่ } \square ABCD - \text{พื้นที่ } \Delta ABE$$
$$= \frac{1}{2}(70) - 15 = 20 \text{ ตารางหน่วย}$$

$$\frac{\text{พื้นที่ } \Delta ABE}{\text{พื้นที่ } \Delta ACE} = \frac{\frac{1}{2}\cdot h \cdot BE}{\frac{1}{2}\cdot h \cdot CE} = \frac{15}{20} \quad ...(*)$$

ทำนองเดียวกับ (*)

$$\frac{\text{พื้นที่ } \Delta BEF}{\text{พื้นที่ } \Delta CEF} = \frac{BE}{CE} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

41. เฉลย 1) $\frac{1}{4}$

จากโจทย์ $n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

เหตุการณ์ที่ทำข้อสอบถูกเพียง 3 ข้อ (E) ได้แก่ ถูกทุกข้อ ยกเว้นข้อ 1
ถูกทุกข้อ ยกเว้นข้อ 2
ถูกทุกข้อ ยกเว้นข้อ 3
ถูกทุกข้อ ยกเว้นข้อ 4

จะได้ $n(E) = 4$

ดังนั้น $P(E) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

42. เฉลย 3) $\frac{171}{286}$

จากโจทย์ $n(S) = \binom{13}{3} = 286$ วิธี

หา E ดังนี้

กรณีที่ 1 : 3 ดอก มาจากสีที่มี 3 ดอกเกิดได้ $\binom{3}{1}\binom{3}{1}\binom{3}{1} = 27$ วิธี

กรณีที่ 2 : 2 ดอก มาจากสีที่มี 3 ดอก, 1 ดอก มาจากสีที่มี 2 ดอก } เกิดได้ $\binom{3}{2}\binom{3}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{1}\binom{2}{1} = 108$ วิธี

กรณีที่ 3 : 1 ดอก มาจากสีที่มี 3 ดอก, 2 ดอก มาจากสีที่มี 2 ดอก } เกิดได้ $\binom{3}{1}\binom{3}{1}\binom{2}{2}\binom{2}{1}\binom{2}{1} = 36$ วิธี

จะได้ $n(E) = 27 + 108 + 36 = 171$ วิธี

ดังนั้น $P(E) = \frac{171}{286}$

ข้อสอบเก่าเฉลยโดย

43. เฉลย 3) 7

จาก $ab + a + b = 254$

$ab + a + b + 1 = 254 + 1$

$(a + 1)(b + 1) = 255 = 17 \times 15$ ...(1)

จาก $bc + b + c = 322$

$bc + b + c + 1 = 322 + 1$

$(b + 1)(c + 1) = 323 = 17 \times 19$ ...(2)

จาก (1), (2) พบว่า $b + 1$ เป็นตัวหารร่วมของ 255, 323 $\therefore$ $b + 1 = 1$ หรือ 17

แต่ b เป็นจำนวนเต็ม จะได้ $b + 1 = 17$

ดังนั้น $a + 1 = 15$, $b + 1 = 17$, $c + 1 = 19$

$a = 14$, $b = 16$, $c = 18$

จาก $a + b + c + d = 69$

$14 + 16 + 18 + d = 69$

$d = 21$

$\therefore d - a = 21 - 14 = 7$

44. เฉลย 2) $(3.6)\sqrt{5}$

ให้ a, b, c, d, e แทนข้อมูลทั้ง 5 จำนวน

จากค่าฐานนิยมเท่ากับ 30, 32

และค่าเฉลี่ยเท่ากับ 35

จะได้ $a = b = 30$

$c = d = 32$

และ $\frac{a + b + c + d + e}{5} = 35$

$30 + 30 + 32 + 32 + e = 175$

$e = 51$

พิจารณา

x_i	30	30	32	32	51
$x_i - \bar{x}$	−5	−5	−3	−3	16
$(x_i - \bar{x})^2$	25	25	9	9	256

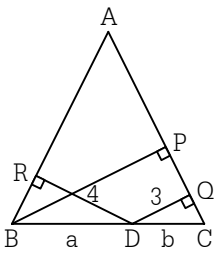
ดังนั้น $S.D. = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{N}}$

$= \sqrt{\frac{324}{5}}$

$= (3.6)\sqrt{5}$

ติวสดใสยิ้มเยาว

45. เฉลย 3) 7 เซนติเมตร



จากรูป $\Delta BDR \sim \Delta CDQ$

เพราะว่า $D\hat{B}R = D\hat{C}Q$ (มุมที่ฐานของ Δ หน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

$B\hat{R}D = C\hat{Q}D = 90°$

$B\hat{D}R = C\hat{D}Q$ (มุมที่เหลือมีขนาดเท่ากัน)

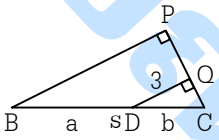
จะได้ $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ ...(*)

จากรูป $\Delta BCP \sim \Delta DCQ$

เพราะว่า $B\hat{C}P = D\hat{C}Q$ (มุมร่วม)

$B\hat{P}C = D\hat{Q}C = 90°$

$C\hat{B}P = C\hat{D}Q$ (มุมที่เหลือมีขนาดเท่ากัน)



จะได้ $\frac{BP}{3} = \frac{a+b}{b}$

$\frac{BP}{3} = \frac{a}{b} + 1$

$\frac{BP}{3} = \frac{4}{3} + 1 \quad \left[\text{จาก (*) แทนค่า } \frac{a}{b} = \frac{4}{3}\right]$

$BP = \frac{7}{3} \times 3 = 7$

$\therefore$ จุด B อยู่ห่างจากด้าน AC เป็นระยะ 7 เซนติเมตร

46. เฉลย 4) $\bar{x} - \frac{3}{2}n - \frac{3}{2}$

ให้ $\bar{y}$ เป็นค่าเฉลี่ยของข้อมูล $x_i - 3i$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, ..., n$

จะได้ $\bar{y} = \frac{\Sigma(x_i - 3i)}{n}$

$= \frac{\Sigma x_i - 3\Sigma i}{n}$

$= \frac{\Sigma x_i}{n} - \frac{3\Sigma i}{n}$

$= \bar{x} - \frac{3\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)}{n}$

$= \bar{x} - \frac{3}{2}n - \frac{3}{2}$

47. เฉลย 1) $\frac{13}{32}$

จากโจทย์ $n(S) = 8 \times 8 = 64$

เหตุการณ์ที่ข้ามฟากไปและกลับด้วยเรือขนาดเดียวกันแต่คนละลำกัน มีดังนี้

กรณีที่ 1 ไปเรือลำใหญ่กลับเรือลำใหญ่ เกิดได้ $5 \times 4 = 20$ วิธี

กรณีที่ 2 ไปเรือลำเล็กกลับเรือลำเล็ก เกิดได้ $3 \times 2 = 6$ วิธี

$n(E) = 20 + 6 = 26$

$\therefore P(E) = \frac{26}{64} = \frac{13}{32}$

บัณฑิตย์ใหญ่ยิ่งยง

48. เฉลย 4) $\sqrt{5}$

จาก $\sin A + \tan A + \sec A = \sqrt{16 - 2\sqrt{15}}$

$$\sin A + \frac{\sin A}{\cos A} + \frac{1}{\cos A} = \sqrt{(\sqrt{15} - 1)^2}$$

$$\sin A \cos A + \sin A + 1 = (\sqrt{15} - 1)\cos A \quad ...(1)$$

จาก $\cos A + \cot A + \operatorname{cosec} A = \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$

$$\cos A + \frac{\cos A}{\sin A} + \frac{1}{\sin A} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}$$

$$\sin A \cos A + \cos A + 1 = (\sqrt{3} - 1)\sin A \quad ...(2)$$

(1) – (2) ; $\sin A - \cos A = \sqrt{15}\cos A - \cos A - \sqrt{3}\sin A + \sin A$

$$\sqrt{3}\sin A = \sqrt{15}\cos A$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \tan A = \sqrt{5}$$

49. เฉลย 1) $x^2 - 18x + 69 = 0$

จาก $\frac{5x-14}{x-3} + \frac{x-6}{x-7} = \frac{4x-19}{x-5} + \frac{2x-11}{x-6}$

$$\frac{5x-15}{x-3} + \frac{1}{x-3} + \frac{x-7}{x-7} + \frac{1}{x-7} = \frac{4x-20}{x-5} + \frac{1}{x-5} + \frac{2x-12}{x-6} + \frac{1}{x-6}$$

$$5 + \frac{1}{x-3} + 1 + \frac{1}{x-7} = 4 + \frac{1}{x-5} + 2 + \frac{1}{x-6}$$

$$\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-6}$$

$$\frac{(x-7)+(x-3)}{(x-3)(x-7)} = \frac{(x-6)+(x-5)}{(x-5)(x-6)}$$

$$(2x-10)(x^2-11x+30) = (2x-11)(x^2-10x+21)$$

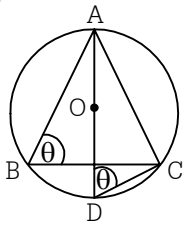
$$2x^3 - 32x^2 + 170x - 300 = 2x^3 - 31x^2 + 152x - 231$$

$$x^2 - 18x + 69 = 0$$

50. เฉลย 3) $\frac{1}{3}$

ลาก CD ดังรูป จะได้ $\hat{B} = \hat{D}$ เพราะเป็นมุมในส่วนโค้งเดียวกันของวงกลม O

จากรูป



$$\cos B = \cos D$$

$$= \frac{DC}{AD}$$

$$= \frac{DC}{2AO}$$

$$= \frac{DC}{2\left(\frac{3}{2}DC\right)} = \frac{1}{3}$$

✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧