



ฝึกทำโจทย์ฟรี

วิชา คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

(จะเรียงลำดับจาก ชุดล่าสุด → ชุดที่ 1)

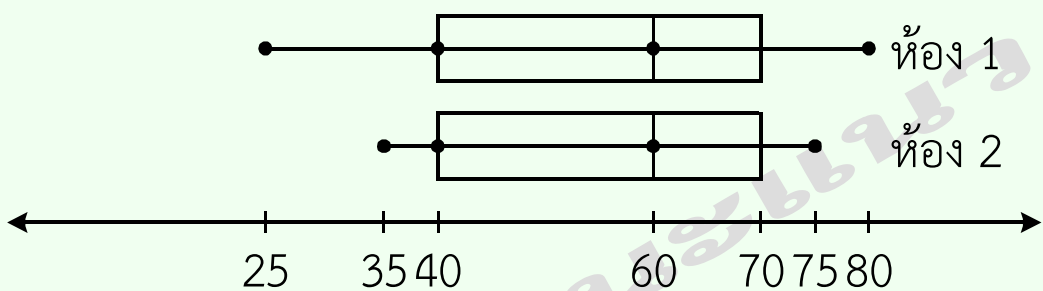
ชุดที่ 49 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 49) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดแผนภาพกล่องของคะแนนสอบของนักเรียน 2 ห้อง ดังนี้



ข้อใดต่อไปนี้ **ไม่ถูกต้อง**

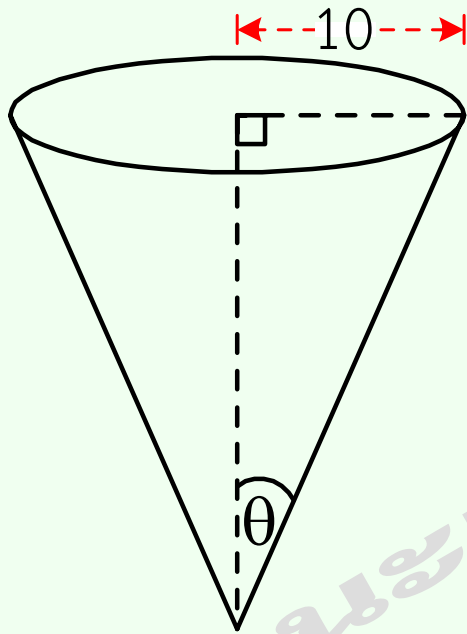
1) $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$

2) $Med_1 = Med_2$

3) $QD_1 = QD_2$

4) $S.D._1 > S.D._2$

2.



จากรูป เป็นภาชนะรูปกรวยรัศมี 10 เซนติเมตร
และ $\sin \theta = \frac{5}{13}$ ถ้าเทน้ำ $\frac{108\pi}{5}$ ลูกบาศก์
เซนติเมตร ลงในกรวย แล้วระดับน้ำในกรวยจะ
สูงกี่เซนติเมตร

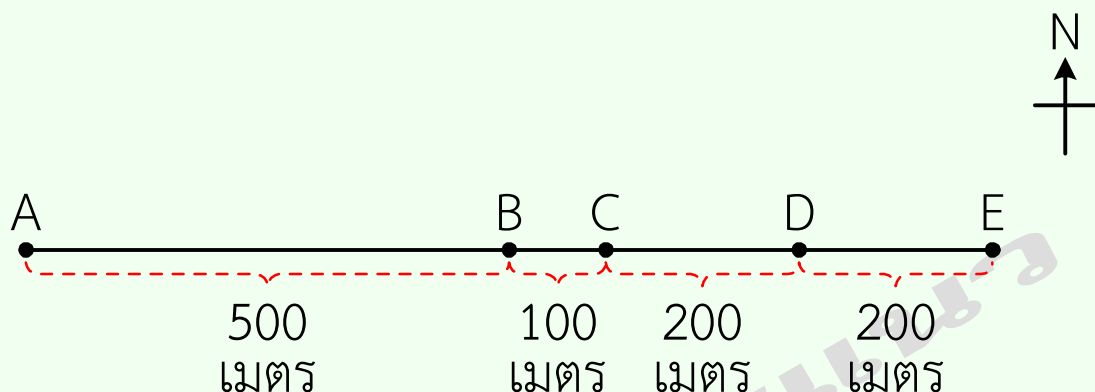
1) $\frac{33}{5}$

2) $\frac{34}{5}$

3) $\frac{35}{5}$

4) $\frac{36}{5}$

3. นักเรียน 5 คน คือ A, B, C, D และ E มีตำแหน่งของบ้านบนถนนเส้นหนึ่งเป็นดังรูป



ถ้าต้องการสร้างป้ายรถประจำทางบนถนนเส้นนี้เพื่อให้นักเรียน 5 คน เดินมาขึ้นรถที่ป้ายเดียวกัน โดยนักเรียนทั้ง 5 คน เกิดการเดินทาง **น้อยที่สุด** ควรสร้างป้ายรถประจำทางไว้ที่ใด

- 1) บ้าน A
- 2) บ้าน B
- 3) บ้าน C
- 4) บ้าน D

4. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. สมการ $3^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ มีคำตอบมากกว่า 1

คำตอบ

ข. ค่า a ที่ทำให้กราฟ $y = ax^2 - 3x + 1$ ผ่านจุด $(0, 1)$ มีค่ามากกว่า 2 ค่า

ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ก. และ ข. ถูก
- 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3) ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4) ก. และ ข. ผิด

5. เมื่อสำรวจนักเรียนหญิงกลุ่มหนึ่งพบว่า 60% ชอบละครเกาหลี, 45% ชอบละครญี่ปุ่น และ 30% **ไม่ชอบ** ละครเกาหลีและละครญี่ปุ่น สุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะชอบทั้งละครเกาหลีและละครญี่ปุ่น

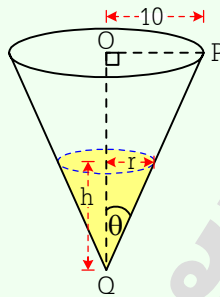
- | | |
|-------------------|-------------------|
| 1) $\frac{7}{20}$ | 2) $\frac{7}{25}$ |
| 3) $\frac{7}{40}$ | 4) $\frac{7}{50}$ |

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 49) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$
- 1) ไม่จำเป็นที่ $\bar{x}_1 = \bar{x}_2$
 - 2) จริง เพราะจุดที่ 3 ของทั้ง 2 แผนภาพเท่ากับ 60 คะแนนเหมือนกัน
 - 3) จริง เพราะ Q_1, Q_3 ของทั้ง 2 ชุดเท่ากัน
 - 4) จริง เพราะแผนภาพกล่องของห้อง 1 มีความกว้างมากกว่าของห้อง 2

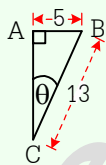
2. เฉลย 4) $\frac{36}{5}$



จากโจทย์

$$\sin \theta = \frac{5}{13}$$

สร้างสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยให้ $AB = 5, BC = 13$



จะได้

$$AC = \sqrt{(13)^2 - (5)^2} = 12$$

$$\tan \theta = \frac{5}{12}$$

เมื่อเทน้ำ $\frac{108\pi}{5}$ ลูกบาศก์เซนติเมตรลงไปในกรวยแล้วระดับน้ำสูง h เซนติเมตร และรัศมีที่ผิวน้ำ

= r เซนติเมตร

จะได้

$$\frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{108\pi}{5}$$

$$\frac{1}{3} \pi \left(\frac{5h}{12} \right)^2 h = \frac{108\pi}{5}$$

$$\frac{1}{3} \pi \times \frac{5^2}{12^2} h^3 = \frac{3^2 \times 12\pi}{5}$$

$$h^3 = \frac{3^3 \times 12^3}{5^3}$$

$$= \left(\frac{3 \times 12}{5} \right)^3$$

$$h = \frac{3 \times 12}{5}$$

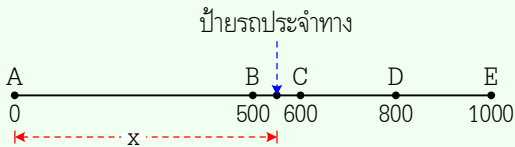
$$= \frac{36}{5} \text{ เซนติเมตร}$$

$$\frac{r}{h} = \tan \theta = \frac{5}{12}$$

$$r = \frac{5}{12} h$$

3. เฉลย 3) บ้าน C

กำหนดแผนที่ใหม่ดังนี้



สมมติสร้างป้ายรถประจำทางไว้ทิศตะวันออกของบ้าน A เป็นระยะทาง x เมตร
จะได้ว่า ผลรวมของระยะทางที่นักเรียนต้องเดินเป็น
 $|0 - x| + |500 - x| + |600 - x| + |800 - x| + |1000 - x|$
ซึ่งจะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ x เป็น Med ของ 0, 500, 600, 800, 1000
นั่นคือ $x = 600$
ดังนั้น ควรสร้างป้ายรถประจำทางไว้ที่บ้าน C

4. เฉลย 3) ก. ผิด และ ข. ถูก

ก. สมการ $3^x = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ มีคำตอบเดียว คือ $x = 0$ เพราะ $3^0 = \left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$ ก. ผิด

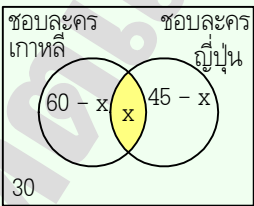
ข. จาก $y = ax^2 - 3x + 1$

ที่จุด $(0, 1)$ จะได้ $1 = a(0)^2 - 3(0) + 1$ จะเห็นว่า a เป็นจำนวนจริงใดก็ได้ที่ทำให้กราฟ

$y = ax^2 - 3x + 1$ ผ่านจุด $(0, 1)$ ข. ถูก

5. เฉลย 1) $\frac{7}{20}$

วาดแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ประกอบ โดยสมมติว่ามีนักเรียนทั้งหมด 100 คน



จะได้ว่า
$$100 = 30 + (60 - x) + x + (45 - x)$$
$$x = 35$$

∴ ความน่าจะเป็นที่สุ่มพบนักเรียนที่ชอบทั้งละครเกาหลีและญี่ปุ่น คือ $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$



ชุดที่ 48 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 48) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้าจำนวนเต็มบวก k หารด้วย 24 เหลือเศษ 10 แล้ว k หารด้วย 8 จะเหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 - 1) 1
 - 2) 2
 - 3) 3
 - 4) 4

2. ในการชิงโชคครั้งหนึ่งมี 100 รางวัล แต่ละคนมีสิทธิ์ได้รับเพียง 1 รางวัลเท่านั้น รางวัลมีเพียง 3 ชนิด คือ โทรศัพท์มือถือ ปากกา และนาฬิกา
ปรากฏว่าชาย 2 คน ได้รับรางวัลโทรศัพท์มือถือ ซึ่งรางวัลโทรศัพท์มือถือมี 6 รางวัล ชาย 16 คนได้ปากกา หญิง 35 คน ได้นาฬิกา หญิงที่ได้รับรางวัลมีทั้งหมด 75 คน ถ้า m เป็นจำนวนชายที่ได้นาฬิกา และ n เป็นจำนวนผู้รับปากกาทั้งหมด แล้ว $m + n$ มีค่าเป็นเท่าใด

1) 41

2) 59

3) 69

4) 70

3. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบวิชาฟิสิกส์ของนักเรียน ม.5 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งเป็น 44 คะแนน ถ้าคิดค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบของนักเรียนชายและนักเรียนหญิงแยกกันจะได้ 42 และ 46 คะแนน ตามลำดับ แล้วอัตราส่วนระหว่างจำนวนนักเรียนชายและนักเรียนหญิงคือข้อใดต่อไปนี้

1) $2 : 3$

2) $4 : 5$

3) $1 : 1$

4) $3 : 2$

4. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 11 จำนวน เขียนเป็นแผนภาพต้นไม้-ใบ ได้ดังนี้

3	9	5	9	8
4	3	0	5	2
5	2	1	0	

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อสรุปที่ถูกต้อง

- 1) $P_{80} - P_{50} = 8$
 - 2) $Q.D. = 5$
 - 3) $|\bar{x} - \text{Med}| = \frac{12}{11}$
 - 4) $D_7 - Q_2 = 5.4$
5. ค่าของ x ซึ่งสอดคล้องกับสมการ $9^{2-2x} + 3^{3-4x} + 3^{2-4x} = 13$ อยู่ในช่วงใดต่อไปนี้เป็นช่วงที่ถูกต้อง
- 1) $[-1.5, -1)$
 - 2) $[-1, -0.5)$
 - 3) $[-0.5, 0]$
 - 4) $(0, 0.5]$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 48) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) 2

จากโจทย์ “จำนวนเต็มบวก k หารด้วย 24 เหลือเศษ 10”

จะได้ $\frac{k}{24} = q + \frac{10}{24}$ (q เป็นผลลัพธ์ของการหาร)

$$k = 24q + 10$$

$$\frac{k}{8} = \frac{24q + 10}{8}$$

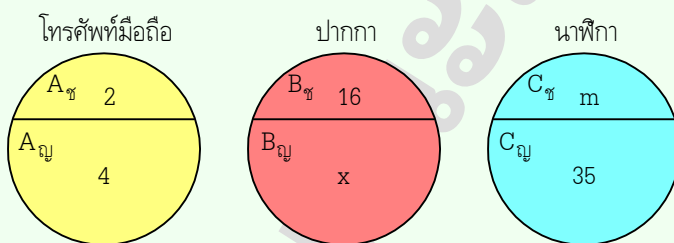
$$= 3q + \frac{10}{8}$$

$$= 3q + 1 + \frac{2}{8}$$

ดังนั้น เศษเท่ากับ 2 โดยมี $3q + 1$ เป็นผลลัพธ์

2. เฉลย 2) 59

เขียนแผนภาพ



โดยให้ A♂ เป็นเซตของชายที่ได้รับโทรศัพท์มือถือ

A♀ เป็นเซตของหญิงที่ได้รับโทรศัพท์มือถือ

B♂ เป็นเซตของชายที่ได้รับปากกา

B♀ เป็นเซตของหญิงที่ได้รับปากกา

C♂ เป็นเซตของชายที่ได้รับนาฬิกา

C♀ เป็นเซตของหญิงที่ได้รับนาฬิกา

ให้ x เป็นจำนวนหญิงที่ได้รับปากกา จากแผนภาพจะเขียนสมการได้

$$(2 + 4) + (16 + x) + (m + 35) = 100 \text{ (มีรางวัลทั้งหมด 100 รางวัล)} \quad \dots(1)$$

$$4 + x + 35 = 75 \text{ (หญิงที่ได้รับรางวัลมีทั้งหมด 75 คน)} \quad \dots(2)$$

$$\text{จาก (1) ; } x + m = 43 \quad \dots(3)$$

$$\text{จาก (2) ; } x = 36$$

$$\text{แทนค่า } x = 36 \text{ ใน (3) ; } m = 43 - 36 = 7$$

$$n = 16 + 36 = 52$$

$$\therefore m + n = 7 + 52 = 59$$

3. เฉลย 3) 1 : 1

จากสูตร

$$\begin{aligned}\bar{X}_{\text{รวม}} &= \frac{N_1\bar{X}_1 + N_2\bar{X}_2}{N_1 + N_2} \\ 44 &= \frac{N_{\text{ช}}(42) + N_{\text{ญ}}(46)}{N_{\text{ช}} + N_{\text{ญ}}} \\ 44N_{\text{ช}} + 44N_{\text{ญ}} &= 42N_{\text{ช}} + 46N_{\text{ญ}} \\ 2N_{\text{ช}} &= 2N_{\text{ญ}} \\ \therefore N_{\text{ช}} : N_{\text{ญ}} &= 1 : 1\end{aligned}$$

4. เฉลย 3) $|\bar{x} - \text{Med}| = \frac{12}{11}$

จากแผนภาพต้น-ใบ เรียงลำดับคะแนนจากค่าน้อยไปมากได้ดังนี้

$x_1,$	$x_2,$	$x_3,$	$x_4,$	$x_5,$	$x_6,$	$x_7,$	$x_8,$	$x_9,$	$x_{10},$	x_{11}
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
35,	38,	39,	39,	40,	42,	43,	45,	50,	51,	52

จาก $\text{Med} = P_{50} = Q_2 = x_6$ (คะแนนตัวกึ่งกลาง)

$$= 42$$

หา P_{80} ; $i = \frac{80}{100} \times (11 + 1) = 9.6$

$$\begin{aligned}P_{80} = x_{9.6} &= x_9 + 0.6(x_{10} - x_9) \\ &= 50 + 0.6(51 - 50) = 50.6\end{aligned}$$

หา D_7 ; $i = \frac{7}{10} \times (11 + 1) = 8.4$

$$\begin{aligned}D_7 = x_{8.4} &= x_8 + 0.4(x_9 - x_8) \\ &= 45 + 0.4(50 - 45) = 47\end{aligned}$$

หา Q_1 ; $i = \frac{1}{4} \times (11 + 1) = 3$

$$Q_1 = x_3 = 39$$

หา Q_3 ; $i = \frac{3}{4} \times (11 + 1) = 9$

$$Q_3 = x_9 = 50$$

หา $\bar{x}$; $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{11} x_i}{11}$

$$\begin{aligned}&= \frac{35 + 38 + 39 + 39 + 40 + 42 + 43 + 45 + 50 + 51 + 52}{11} \\ &= \frac{474}{11} \\ &= 43\frac{1}{11}\end{aligned}$$

- 1) $P_{80} - P_{50} = 50.6 - 42 = 8.6$

2) $Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{50 - 39}{2} = \frac{11}{2} = 5.5$

3) $|\bar{x} - \text{Med}| = \left| 43\frac{1}{11} - 42 \right| = \frac{12}{11}$

4) $D_7 - Q_2 = 47 - 42 = 5$
- ตัวเลือก 1) ผิด

ตัวเลือก 2) ผิด

ตัวเลือก 3) ถูก

ตัวเลือก 4) ผิด

5. เฉลย 4) (0, 0.5]

$$\begin{aligned} 9^{2-2x} + 3^{3-4x} + 3^{2-4x} &= 13 \\ \frac{9^2}{9^{2x}} + \frac{3^3}{3^{4x}} + \frac{3^2}{3^{4x}} &= 13 \\ \frac{9 \times 9}{9^{2x}} + \frac{3 \times 9}{(3^2)^{2x}} + \frac{9}{(3^2)^{2x}} &= 13 \\ \frac{9 \times 9}{9^{2x}} + \frac{3 \times 9}{9^{2x}} + \frac{9}{9^{2x}} &= 13 \\ \frac{(9 \times 9) + (3 \times 9) + 9}{9^{2x}} &= 13 \\ \frac{9(9 + 3 + 1)}{9^{2x}} &= 13 \\ \frac{9 \times 13}{9^{2x}} &= 13 \\ 9^{1-2x} &= 1 \\ &= 9^0 \\ 1 - 2x &= 0 \\ x &= \frac{1}{2} \\ &= 0.5 \end{aligned}$$

∴ ค่าของ x อยู่ในช่วง (0, 0.5]



ชุดที่ 47 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 47) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. จำนวนเต็มบวก 3 จำนวนเรียงกันเป็นลำดับ
เรขาคณิตมีผลคูณเท่ากับ 9261 ผลบวกของ
กำลังสองของค่าน้อยที่สุดและค่ามากที่สุดเป็น
4018 แล้วผลบวกของ 3 จำนวนเท่ากับข้อใด
ต่อไปนี้

1) 91

2) 92

3) 93

4) 94

2. ข้อใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมเลขคณิตที่มี 100 พจน์

1) $1 + 3 + 5 + \dots + 201$

2) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{201}$

3) $2 + 6 + 10 + \dots + 398$

4) $1 + 3 + 9 + \dots + 3^{99}$

3. ต้องการจัดหัวหน้างาน รองหัวหน้างาน และผู้ประสานงาน ตำแหน่งละ 1 คน จากกลุ่มคนที่ประกอบไปด้วยชาย 5 คน และหญิง 4 คน โดยมีข้อแม้ว่าผู้หญิงห้ามรับตำแหน่งรองหัวหน้างาน และผู้ประสานงานเมื่อหัวหน้างานเป็นผู้ชายจากเงื่อนไขดังกล่าวจะเลือกคนมาทำงานได้ทั้งหมดกี่แบบ

1) 60

2) 224

3) 284

4) 504

4. กำหนด a_n เป็นลำดับเลขคณิตตำแหน่งที่ n โดย $a_n > a_{n+1}$ เสมอ ถ้า $a_3 + a_5 + a_7 = 69$ และ $a_3 a_5 a_7 = 10695$ แล้ว a_{10} มีค่าตรงกับข้อใด

1) 3

2) 7

3) 43

4) 47

5. ค่าของ $\sum_{k=1}^{101} [2k + (-1)^k (2k - 1)]$ เท่ากับข้อใด
ต่อไปนี

1) 10101

2) 10201

3) 10301

4) 10401

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 47) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) 91

ให้เลข 3 จำนวน คือ $\frac{a}{r} \cdot a \cdot ar$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{a}{r} \cdot a \cdot ar &= 9261 \\ &= 7 \times 1323 \\ &= 7^2 \times 189 \\ a^3 &= 7^3 \times 27 \\ &= (7 \times 3)^3 \\ &= (21)^3 \\ a &= 21 \end{aligned}$$

$$\text{และ} \quad \left(\frac{a}{r}\right)^2 + (ar)^2 = 4018$$

$$\frac{(21)^2}{r^2} + (21)^2 r^2 = 4018$$

$$\begin{aligned} \text{หารด้วย } (21)^2; \quad \frac{1}{r^2} + r^2 &= \frac{4018}{21^2} \\ &= \frac{7^2 \times 82}{7^2 \times 3^2} \\ &= \frac{82}{9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{คูณด้วย } 9r^2; \quad 9 + 9r^4 &= 82r^2 \\ 9r^4 - 82r^2 + 9 &= 0 \\ (9r^2 - 1)(r^2 - 9) &= 0 \\ r^2 &= \frac{1}{9}, 9 \\ r &= \frac{1}{3}, 3 \end{aligned}$$

$r = 3$ จะได้เลข 3 จำนวน คือ $\frac{21}{3}, 21, (21 \times 3)$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \text{ผลบวกของเลข 3 จำนวน} &= 7 + 21 + 63 \\ &= 91 \end{aligned}$$

* $r = \frac{1}{3}$ ก็จะได้เลขชุดเดิม

2. เฉลย 3) $2 + 6 + 10 + \dots + 398$

$2 + 6 + 10 + \dots + 398$ เป็นอนุกรมเลขคณิต

$$\text{เพราะ} \quad a_2 - a_1 = 6 - 2 = 4$$

$$\text{และ} \quad a_3 - a_2 = 10 - 6 = 4$$

ให้อนุกรมนี้มี n พจน์

$$\therefore a_n = 398 = 2 + (n - 1)(4) \quad [\text{สูตร } a_n = a_1 + (n - 1)d]$$

$$n = 100$$

3. เฉลย 3) 284

กรณีที่ 1 ผู้ชายเป็นหัวหน้างานมีทั้งหมด $5 \times 4 \times 3 = 60$ แบบ

เลือกหัวหน้างาน (ช) เลือกรองหัวหน้างาน (ช) เลือกผู้ประสานงาน (ช)

กรณีที่ 2 ผู้หญิงเป็นหัวหน้างานมีทั้งหมด $4 \times 8 \times 7 = 224$ แบบ

หัวหน้างาน (ญ) ผู้ประสานงาน (ช หรือ ญ)

รวมทั้ง 2 กรณีเลือกคนมาทำงานได้ทั้งหมด $60 + 224 = 284$ แบบ

4. เฉลย 1) 3

กำหนด a_n เป็นลำดับเลขคณิตตำแหน่งที่ n

จากโจทย์ $a_3 + a_5 + a_7 = 69$

จะได้ $(a_5 - 2d) + a_5 + (a_5 + 2d) = 69$

$3a_5 = 69$

$a_5 = 23$

จากโจทย์ $a_3 a_5 a_7 = 10695$

จะได้ $(a_5 - 2d)(a_5)(a_5 + 2d) = 10695$

$a_5^3 - a_5(4d^2) = 10695$

$23^3 - (23)(4)d^2 = 10695$

$d^2 = 16$

$d = 4, -4$

$\therefore a_n > a_{n+1}$ จึงได้ว่า $d = -4$

$\therefore a_{10} = a_5 + 5d = 23 + 5(-4) = 3$

5. เฉลย 2) 10201

ให้ $a_k = 2k + (-1)^k(2k - 1)$

$a_1 = 2(1) + (-1)^1(2(1) - 1)$

$= 2 - 1 = 1$

$a_2 = 2(2) + (-1)^2(2(2) - 1)$

$= 4 + 3 = 7$

$a_3 = 2(3) + (-1)^3(2(3) - 1)$

$= 6 - 5 = 1$

$a_4 = 2(4) + (-1)^4(2(4) - 1)$

$= 8 + 7 = 15$

$a_5 = 2(5) + (-1)^5(2(5) - 1)$

$= 10 - 9 = 1$

$a_6 = 2(6) + (-1)^6(2(6) - 1)$

$= 12 + 11 = 23$

จะเห็นว่าพจน์ที่มีตำแหน่งเป็นเลขคี่มีค่าเท่ากับ 1 ทุกพจน์

$a_1 = a_3 = a_5 = \dots = a_{101} = 1$ มี 51 พจน์

และ $a_2, a_4, a_6, \dots = 7, 15, 23, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิต พจน์แรก = 7 และ $d = 8$ มี 50 พจน์

ดังนั้น $\sum_{k=1}^{101} [2k + (-1)^k(2k - 1)] = 51(1) + \frac{50}{2} [2(7) + (50 - 1) \times 8]$

$= 51 + 25[14 + 49 \times 8] = 10201$



ชุดที่ 46 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 46) จำนวน 5 ข้อ
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ผลลัพธ์ที่เกิดจากการทดลองสุ่มใน
แต่ละครั้งจะเกิดเพียงผลลัพธ์เดียว
- ข. แต่ละผลลัพธ์จากการทดลองสุ่มไม่จำเป็น
ต้องมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน

ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ก. และ ข. ถูก
- 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3) ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4) ก. และ ข. ผิด

2. กำหนด $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม B เป็นมุมฉาก ถ้า $\hat{BAC} = 61^\circ$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ มีค่ามากที่สุด

- 1) $\cos (\hat{BCA})$
- 2) $\tan (\hat{BCA})$
- 3) $\operatorname{cosec} (\hat{BCA})$
- 4) $\cot (\hat{BCA})$

3. การเก็บรวบรวมข้อมูลจากทุกหน่วยในประชากร เรียกว่าอะไร

- 1) การสำรวจ
- 2) การสำมะโน
- 3) การสำรวจด้วยตัวอย่าง
- 4) การสำรวจทะเบียนประวัติ

4. ปล่อยลูกบอลสูงจากพื้น 4 เมตร เมื่อลูกบอลตกกระทบพื้นแต่ละครั้งจะกระดอนขึ้นจากพื้นได้สูงเป็น $\frac{4}{5}$ ของระยะที่ตกลงมา อยากทราบว่าขณะที่ลูกบอลเคลื่อนที่ขึ้นลงจากพื้นจนได้ระยะทางรวมเป็น 17 เมตร ลูกบอลจะอยู่สูงจากพื้นกี่เมตร

1) 1.45

2) 1.48

3) 2.12

4) 2.16

5. พนักงานบริษัทแห่งหนึ่งจำนวน 50 คน

มี 32 คน**ไม่ชอบ**ดื่มชาและ**ไม่ชอบ**ดื่มกาแฟ

มี 6 คนชอบดื่มกาแฟแต่**ไม่ชอบ**ดื่มชา

และมี 1 คนชอบดื่มชาแต่**ไม่ชอบ**ดื่มกาแฟ

แล้วในพนักงานกลุ่มนี้ที่ชอบดื่มชาและชอบดื่มกาแฟมีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 11 คน

2) 12 คน

3) 17 คน

4) 18 คน

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 46) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) ก. และ ข. ถูก

ก. ถูก เพราะ โจทย์เน้นคำว่าแต่ละครั้ง

ข. ถูก เช่น โยนลูกเต๋าทิ้งขว่งน้ำหนัก โอกาสที่แต่ละหน้าจะหงายไม่จำเป็นจะต้องเท่ากัน

2. เฉลย 3) $\operatorname{cosec}(\hat{BCA})$

จาก $\triangle ABC$ มีมุม B เป็นมุมฉาก และ $\hat{BAC} = 61^\circ$ จะได้ $\hat{BCA} = 180^\circ - 90^\circ - 61^\circ = 29^\circ$

$$\text{พิจารณา} \quad \cos(\hat{BCA}) = \cos 29^\circ \approx \cos 30^\circ \approx \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.87$$

$$\tan(\hat{BCA}) = \tan 29^\circ \approx \tan 30^\circ \approx \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.58$$

$$\operatorname{cosec}(\hat{BCA}) = \operatorname{cosec} 29^\circ \approx \operatorname{cosec} 30^\circ \approx 2$$

$$\cot(\hat{BCA}) = \cot 29^\circ \approx \cot 30^\circ \approx \sqrt{3} \approx 1.73$$

จึงได้ว่า $\operatorname{cosec}(\hat{BCA})$ มีค่ามากที่สุด

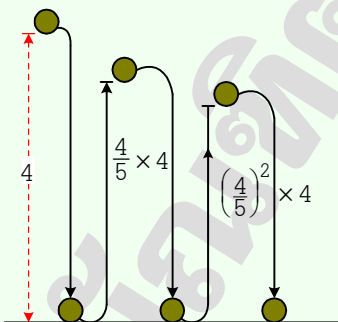
3. เฉลย 2) การสำมะโน

การสำมะโนเป็นการเก็บรวบรวมข้อมูลจากทุกหน่วยของประชากร

4. เฉลย 2) 1.48

พิจารณาการเคลื่อนที่ขึ้นลงของลูกบอลดังรูป จะได้ระยะทางขึ้นลงทั้งหมด

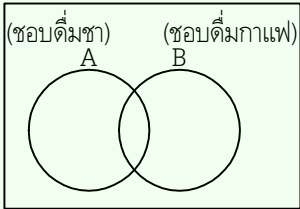
$$\begin{aligned} &= 4 + 2\left(\frac{4}{5} \times 4\right) + 2\left(\frac{4}{5}\right)^2 (4) \\ &= 4 + \frac{32}{5} + \frac{128}{25} \\ &= \frac{(4 \times 25) + (32 \times 5) + 128}{25} \\ &= \frac{100 + 160 + 128}{25} \\ &= \frac{388}{25} = 15.52 \text{ เมตร} \end{aligned}$$



ดังนั้น ขณะที่ลูกบอลเคลื่อนที่ได้ระยะทาง 17 เมตร จะอยู่สูงจากพื้น $= 17 - 15.52 = 1.48$ เมตร ซึ่งยังน้อยกว่าระยะ

กระดอนครั้งต่อไป คือ $\left(\frac{4}{5}\right)^3 (4) = \frac{256}{125} = 2.048$ เมตร

5. เฉลย 1) 11 คน



$$n(A' \cap B') = 32 \text{ (ไม่ชอบดื่มชาและไม่ชอบดื่มกาแฟ)}$$

$$n(A \cup B)' = 32$$

$$n(U - (A \cup B)) = 32$$

$$n(U) - n(A \cup B) = 32$$

$$50 - n(A \cup B) = 32$$

$$n(A \cup B) = 50 - 32 = 18 \quad \dots(1)$$

$$n(B \cap A') = 6 \text{ (ชอบดื่มกาแฟแต่ไม่ชอบดื่มชา)}$$

$$n(B - A) = 6$$

$$n(B) - n(A \cap B) = 6, n(B) = n(A \cap B) + 6 \quad \dots(2)$$

$$n(A \cap B') = 1 \text{ (ชอบดื่มชาแต่ไม่ชอบดื่มกาแฟ)}$$

$$n(A - B) = 1$$

$$n(A) - n(A \cap B) = 1$$

$$n(A) = n(A \cap B) + 1 \quad \dots(3)$$

จากสูตร $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

จาก (1), (2) และ (3) จะได้
$$18 = (n(A \cap B) + 1) + (n(A \cap B) + 6) - n(A \cap B)$$
$$= n(A \cap B) + 7$$

$$\therefore n(A \cap B) = 11$$



ชุดที่ 45 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 45) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ให้ $S = \{x \in \mathbb{N} \mid 100 < x < 1000 \text{ และตัวเลขโดดใน } x \text{ ไม่ซ้ำกัน}\}$ สุ่มจำนวนที่อยู่ใน S มา 1 จำนวน ความน่าจะเป็นที่ได้จำนวนคู่เป็นเท่าใด

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{41}{81}$

3) $\frac{46}{81}$

4) $\frac{51}{81}$

2. กำหนด A , B และ C เป็นเซตจำกัด โดยที่ $n(A \cup B \cup C) = 36$, $n(A \cup B) = 28$, $n(B \cup C) = 13$ ข้อใดเป็นจำนวนสมาชิกของ $(A \cup B) \cap (B \cup C)$

1) 3

2) 5

3) 7

4) 9

3. กำหนด $r = \left\{ (x, y) \mid y = \begin{cases} \sqrt[4]{x-2} & ; x \geq 18 \\ \sqrt[4]{18-x} & ; x < 18 \end{cases} \right\}$

ถ้า $A = D_r \cap R_r$ แล้วจำนวนในข้อใดต่อไปนี้

ไม่เป็นสมาชิกของ A

1) 0

2) 1

3) $\sqrt{2}$

4) π

4. ให้ $A = \{1, 3\}$ ความสัมพันธ์ใน A ในข้อใด
ไม่เป็นฟังก์ชัน

1) เท่ากับ

2) ไม่เท่ากับ

3) หารลงตัว

4) หารไม่ลงตัว

5. ถ้าสมการ $\frac{\sqrt{x} + 2}{|x| - 4} > 1$ มีคำตอบเป็น (a, b)

แล้ว $a + b$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) 4

2) 13

3) 22

4) 36

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 45) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) $\frac{41}{81}$

- หาจำนวนสมาชิกทั้งหมดใน S ซึ่งเป็นจำนวนสามหลัก ดังนี้
 - เลือกหลักร้อยจาก 1-9 ได้ 9 วิธี
 - เลือกหลักสิบจากเลขที่เหลือจากข้อ 1.1 หรือเลข 0 ได้ 9 วิธี
 - เลือกหลักหน่วยจากเลขที่เหลือจากข้อ 1.1 และข้อ 1.2 ได้ 8 วิธีจึงได้ว่า S มีสมาชิกทั้งหมด $9 \times 9 \times 8 = 648$ จำนวน

- หาจำนวนสมาชิกใน S ที่เป็นจำนวนคู่ ดังนี้

กรณีที่ 1 หลักหน่วยเป็น 0

- เลือกหลักหน่วยเป็น 0 ได้ 1 วิธี
 - เลือกหลักร้อยจาก 1-9 ได้ 9 วิธี
 - เลือกหลักสิบจากเลขที่เหลือจากข้อ 2.2 ได้ 8 วิธี
- รวมเป็น
- $1 \times 9 \times 8 = 72$
- จำนวน

กรณีที่ 2 หลักหน่วยไม่ใช่ 0

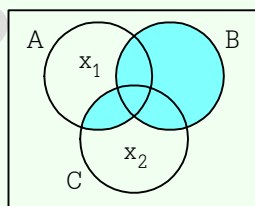
- เลือกหลักหน่วยจาก 2, 4, 6, 8 ได้ 4 วิธี
 - เลือกหลักร้อยจากเลขที่เหลือจากข้อ 2.4 หรือ 1, 3, 5, 7, 9 ได้ 8 วิธี
 - เลือกหลักสิบจากเลขที่เหลือจากข้อ 2.4 และข้อ 2.5 หรือ 0 ได้ 8 วิธี
- รวมเป็น
- $4 \times 8 \times 8 = 256$
- จำนวน

รวมทั้งสองกรณีได้ $72 + 256 = 328$ จำนวน

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่สุ่มเลข 1 จำนวนจาก S แล้วได้เลขคู่เป็น $\frac{328}{648} = \frac{41}{81}$

2. เฉลย 2) 5

วาดแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ได้ดังนี้ โดย $(A \cup B) \cap (B \cup C)$ คือ ส่วนที่แรเงา



จะได้ว่า $n(A \cup B) = x_1 + \text{ส่วนที่แรเงา}$

$n(B \cup C) = x_2 + \text{ส่วนที่แรเงา}$

ดังนั้น $n(A \cup B) + n(B \cup C) = (x_1 + x_2 + \text{ส่วนที่แรเงา}) + \text{ส่วนที่แรเงา}$
 $= n(A \cup B \cup C) + \text{ส่วนที่แรเงา}$

จากการแทนค่าจะได้ $28 + 13 = 36 + \text{ส่วนที่แรเงา}$

$\therefore$ ส่วนที่แรเงาเท่ากับ 5

นั่นคือ $n[(A \cup B) \cap (B \cup C)] = 5$

3. เฉลย 1) 0

พิจารณา โดเมนสำหรับ $y = \sqrt[4]{x-2}$; $x \geq 18$ จะได้ $[18, \infty)$

โดเมนสำหรับ $y = \sqrt[4]{18-x}$; $x < 18$ จะได้ $(-\infty, 18)$

$\therefore D_f = [18, \infty) \cup (-\infty, 18) = \mathbf{R}$

พิจารณา เรนจ์สำหรับ $y = \sqrt[4]{x-2}$ เมื่อ $x \geq 18$

$\therefore x \geq 18 \rightarrow x - 2 \geq 16$
 $\rightarrow \sqrt[4]{x-2} \geq 2$

จะได้เรนจ์ คือ $[2, \infty)$

เรนจ์สำหรับ $y = \sqrt[4]{18-x}$ เมื่อ $x < 18$

$\therefore x < 18 \rightarrow -x > -18$
 $\rightarrow 18 - x > 0$
 $\rightarrow \sqrt[4]{18-x} > 0$

$\therefore R_f = [2, \infty) \cup (0, \infty) = (0, \infty)$

ดังนั้น $A = D_f \cap R_f = \mathbf{R} \cap (0, \infty) = (0, \infty)$ นั่นคือ $0 \notin A$

4. เฉลย 3) ทารลงตัว

ความสัมพันธ์ทารลงตัว คือ $\{(\mathbf{1, 1}), (3, 3), (\mathbf{1, 3})\}$

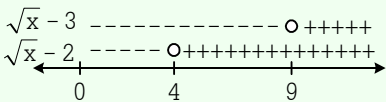
เพราะสมาชิกตัวหน้า 1 ตัว จับคู่กับสมาชิกตัวหลัง 2 ตัว

5. เฉลย 2) 13

พิจารณา $\frac{\sqrt{x}+2}{|x|-4} > 1$ จะได้ $x \neq 4, -4$ และ $x \geq 0$

เนื่องจาก $x \geq 0$ จึงได้ว่า $\frac{\sqrt{x}+2}{|x|-4}$ คือ $\frac{\sqrt{x}+2}{x-4}$

$\frac{\sqrt{x}+2}{x-4} > 1$
 $\frac{\sqrt{x}+2}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} > 1$
 $\frac{1}{\sqrt{x}-2} > 1 \quad (\because \sqrt{x}+2 > 0 \text{ เสมอ})$
 $\frac{1}{\sqrt{x}-2} - 1 > 0$
 $\frac{3-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} > 0$
 $\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2} < 0 \quad (\text{คูณตัวเศษด้วย } -1 \text{ เครื่องหมายอสมการจะกลับทิศ})$



ดังนั้น คำตอบ คือ $(4, 9)$ จะได้ $a + b = 13$



ชุดที่ 44 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 44) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดการดำเนินการทวิภาค Δ สำหรับจำนวนจริง a, b ใดๆ ดังนี้

$$a \Delta b = ab + a + b - 2$$

ข้อความในข้อใดต่อไปนี้เป็น **ไม่ถูกต้อง**

- 1) Δ มีสมบัติปิดบนจำนวนจริง
- 2) Δ มีสมบัติสลับที่
- 3) มีเอกลักษณ์สำหรับ Δ
- 4) ไม่มีอินเวอร์สสำหรับ Δ

2. กำหนดข้อมูล 2 ชุด ดังนี้

ชุดที่ 1 $\sin 1^\circ, \sin 2^\circ, \sin 3^\circ, \dots, \sin 89^\circ$

ชุดที่ 2 $\cos 1^\circ, \cos 2^\circ, \cos 3^\circ, \dots, \cos 89^\circ$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ข้อมูลทั้ง 2 ชุดมีการกระจายเท่ากัน

ข. พิสัยของข้อมูลชุดที่ 2 คือ $\cos 89^\circ - \cos 1^\circ$

ข้อใดถูกต้อง

1) ถูกทั้ง ก. และ ข.

2) ผิดทั้ง ก. และ ข.

3) ถูกเฉพาะ ก.

4) ถูกเฉพาะ ข.

3. ผลลัพธ์ของ $(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48})^2$

มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $100\sqrt{3}$

2) 300

3) 243

4) $200\sqrt{3}$

4. ถ้าลำดับหนึ่งมีพจน์ที่ $n = \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

ผลบวกของ 100 พจน์แรกจะเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{98}{201}$

2) $\frac{99}{201}$

3) $\frac{100}{201}$

4) $\frac{101}{201}$

5. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3 และ a_4 เป็นลำดับ
เรขาคณิต โดยที่ $a_1 = 2, a_4 = 54$ แล้วค่าของ
 $a_2 + a_3$ คือค่าในข้อใดต่อไปนี้

1) 20

2) 22

3) 24

4) 26

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 44) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) มีเอกลักษณ์สำหรับ Δ

1) ถูก เพราะ a, b เป็นจำนวนจริง จะได้ $a \Delta b$ เป็นจำนวนจริงด้วย

2) ถูก เพราะ $a \Delta b = b \Delta a$

3) ไม่ถูกต้อง เพราะไม่มีจำนวนจริง c ซึ่ง $a \Delta c = a = c \Delta a$ เสมอ
สมมติว่ามี c ซึ่ง

$$\begin{aligned} a \Delta c &= a \\ ac + a + c - 2 &= a \\ c(a + 1) &= 2 \\ c &= \frac{2}{a + 1} \end{aligned}$$

ซึ่ง c จะขึ้นกับ a เสมอ

4) ถูก เพราะ Δ ไม่มีเอกลักษณ์จึงไม่มีอินเวอร์ส

2. เฉลย 3) ถูกเฉพาะ ก.

ก. จริง เพราะ $\cos \theta = \sin (90^\circ - \theta)$ จะได้ว่าข้อมูลชุดที่ 2 คือ $\sin 89^\circ, \sin 88^\circ, \dots, \sin 1^\circ$ เหมือนกับข้อมูลชุดที่ 1 จึงมีการกระจายเท่ากัน

ข. เท็จ เพราะ $x_{\max} = \cos 1^\circ$ และ $x_{\min} = \cos 89^\circ$
พิสัยจึงเท่ากับ $\cos 1^\circ - \cos 89^\circ$

3. เฉลย 2) 300

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{27} + \sqrt{48})^2 &= (\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3})^2 \\ &= (10\sqrt{3})^2 \\ &= 300 \end{aligned}$$

4. เฉลย 3) $\frac{100}{201}$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} \\ a_1 &= \frac{1}{(2(1)-1)(2(1)+1)} = \frac{1}{1 \cdot 3} \\ \text{ทำนองเดียวกัน} \quad a_2 &= \frac{1}{3 \cdot 5}, a_3 = \frac{1}{5 \cdot 7}, \dots, \\ a_{100} &= \frac{1}{(2(100)-1)(2(100)+1)} \\ &= \frac{1}{199 \times 201} \\ S_{100} &= \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{199 \times 201} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{199} - \frac{1}{201} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \dots + \left(\frac{1}{199} - \frac{1}{201} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{201} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{201-1}{201} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{200}{201} = \frac{100}{201} \end{aligned}$$

5. เฉลย 3) 24

ให้ r เป็นอัตราส่วนร่วมของลำดับเรขาคณิตที่ $a_1 = 2, a_4 = 54$

จะได้

$$\begin{aligned} a_4 &= (a_1)r^3 \text{ (จากสูตร } a_n = a_1r^{n-1}) \\ 54 &= (2)r^3 \\ r^3 &= 27 \\ r &= 3 \\ a_2 &= (2)(3) = 6 \\ a_3 &= (2)(3)^2 = 18 \\ a_2 + a_3 &= 6 + 18 \\ &= 24 \end{aligned}$$



บัณฑิตแนะน

ชุดที่ 43 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 43) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ข้อมูลที่มีลักษณะการกระจายเบ้ทางขวา จะได้ว่ามีจำนวนข้อมูลที่มีค่ามากกว่าค่าของ $\bar{x}$ น้อยกว่า 50%
- ข. ข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นข้อมูลที่ไม่สามารถหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานได้

ข้อสรุปใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ก. และ ข. ถูก
- 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3) ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4) ก. และ ข. ผิด

2. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 4 จำนวน มีค่าฐานนิยมเท่ากับ 20 ค่ามัธยฐานเท่ากับ 22.5 ค่าพิสัยเท่ากับ 10 จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

1) 23

2) 23.25

3) 23.75

4) 24.50

3. มดตัวหนึ่งเดินออกจากเสา A ไปยังเสา B เป็นระยะทาง 20 เมตร มีนกสองตัวสังเกตเห็นมดตัวดังกล่าว โดยนกตัวแรกสังเกตจากยอดเสา A ด้วยมุมก้ม 60 องศา และนกตัวที่สองสังเกตจากยอดเสา B ด้วยมุมก้ม 30 องศา ถ้านกสองตัวนั้น อยู่ห่างกัน $40\sqrt{2}$ เมตร แล้วเสา B สูงกี่เมตร

1) 10

2) $10\sqrt{2}$

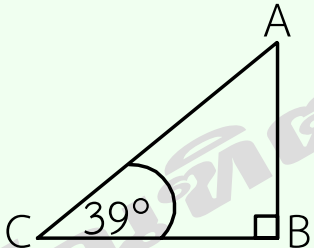
3) 20

4) $20\sqrt{2}$

4. ถ้า $x = \cos 39^\circ$ แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1) $x < x^2 < \frac{x}{1+x}$

2) $x^2 - 3x + 2 = 0$ มีคำตอบที่สอดคล้องกับ
ค่าของ x

3)  จากรูป ถ้า AC ยาว 1 หน่วย
แล้ว BC จะยาว x หน่วย

4) $x^2 < \frac{x^2}{1+x^2}$

5. ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 50 คน
มีตารางแจกแจงความถี่ ดังนี้

ช่วงคะแนน	ความถี่
11-20	5
21-30	8
31-40	13
41-50	10
51-60	8
61-70	6

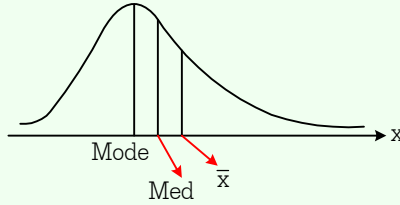
แล้วผลต่างของฐานนิยมกับมัธยฐานมีค่าตรงกับ
ข้อใดต่อไปนี้

- 1) 3.02
- 2) 2.98
- 3) 2.75
- 4) 2.25

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 43) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) ก. และ ข. ถูก



ก. ลักษณะข้อมูลที่มีการกระจายเบ้ทางขวาจะเป็นดังรูป คือ $\bar{x}$ จะอยู่ทางขวาสุด มัธยฐานจะอยู่ระหว่างค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) กับฐานนิยม (Mode) เนื่องจากมัธยฐานจะแบ่งจำนวนข้อมูลออกเป็น 2 ส่วนเท่าๆ กัน ดังนั้นเมื่อพิจารณาจากเส้นโค้งความถี่จะเห็นว่าจำนวนข้อมูลที่มีค่ามากกว่า $\bar{x}$ จะน้อยกว่า 50%

ข. ข้อมูลเชิงคุณภาพไม่สามารถนำมาหาค่า $\bar{x}$ และค่ามัธยฐานได้ หาได้เฉพาะค่าฐานนิยมเท่านั้น

2. เฉลย 3) 23.75

ให้ข้อมูลชุดนี้เรียงลำดับจากค่าน้อยไปมากเป็น x_1, x_2, x_3, x_4

จากข้อกำหนดในโจทย์ จะได้ว่า $x_1 = x_2 =$ ฐานนิยม $= 20$

$$\text{จาก} \quad \text{มัธยฐาน} = \frac{x_2 + x_3}{2}$$

$$\text{แทนค่า} \quad 22.5 = \frac{20 + x_3}{2}$$

$$\text{จะได้} \quad x_3 = 25$$

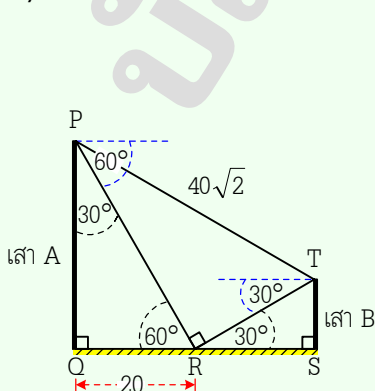
$$\text{จาก} \quad \text{พิสัย} = x_4 - x_1$$

$$\text{แทนค่า} \quad 10 = x_4 - 20$$

$$\text{จะได้} \quad x_4 = 30$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต } (\bar{x}) &= \frac{20 + 20 + 25 + 30}{4} \\ &= 23.75 \end{aligned}$$

3. เฉลย 3) 20



จากโจทย์สามารถวาดรูปประกอบได้ดังนี้

$$\text{จากรูป } \triangle PQR ; \quad PR = \frac{20}{\sin 30^\circ} = 40$$

โดยทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$\begin{aligned} \triangle PRT ; \quad RT^2 &= PT^2 - PR^2 \\ &= (40\sqrt{2})^2 - 40^2 \\ &= 40^2 \end{aligned}$$

$$RT = 40$$

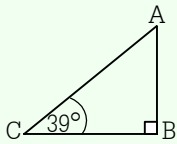
$$\triangle RST ; \quad \sin \hat{TRS} = \frac{TS}{RT}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{TS}{40}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{TS}{40}$$

$$\therefore TS = 20$$

4. เฉลย 3)

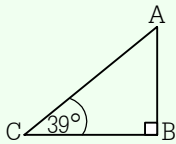


จากรูป ถ้า AC ยาว 1 หน่วย แล้ว BC จะยาว x หน่วย

- 1) **ผิด** เพราะ $0 < x < 1$ ดังนั้น $x > x^2$
2) **ผิด** เพราะ $x^2 - 3x + 2 = 0$
 $(x - 2)(x - 1) = 0$
 $x = 2, 1$

ไม่สอดคล้องกับค่า x จากโจทย์ คือ $0 < x < 1$

3) **ถูก**



จากรูป

$$\frac{BC}{AC} = \cos 39^\circ$$

แทนค่า

$$\frac{BC}{1} = x$$

$$BC = x \text{ หน่วย}$$

- 4) **ผิด** เพราะ $1 + x^2 > 1$ ทำให้ $x^2 > \frac{x^2}{1 + x^2}$

5. เฉลย 2) 2.98

	f	F
11-20	5	5
21-30	8	13
31-40	13	26
41-50	10	36
51-60	8	44
61-70	6	50

จากสูตร

$$\begin{aligned} \text{Mode} &= L + I \left(\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right) \\ &= 30.5 + 10 \left(\frac{13 - 8}{(13 - 8) + (13 - 10)} \right) \\ &= 30.5 + 10 \left(\frac{5}{5 + 3} \right) \\ &= 30.5 + 6.25 = 36.75 \end{aligned}$$

จากสูตร

$$\begin{aligned} \text{Med} &= L + I \frac{\left(\frac{N}{2} - F_L \right)}{f_i} \\ &= 30.5 + 10 \frac{\left(\frac{50}{2} - 13 \right)}{13} \\ &= 30.5 + \frac{10 \times 12}{13} \\ &= 30.5 + 9.23 = 39.73 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{Med} - \text{Mode} = 39.73 - 36.75 = 2.98$$



ชุดที่ 42 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.ปลาย
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 42) จำนวน 5 ข้อ
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนด $\sum_{i=1}^{10} x_i = 60$ และ $\sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2 = 46$

แล้วค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้คือ
จำนวนในข้อใดต่อไปนี

1) 0.6

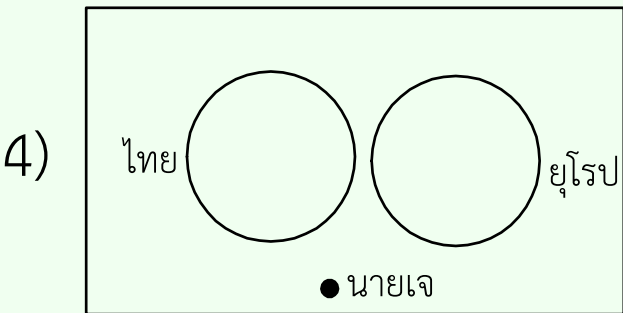
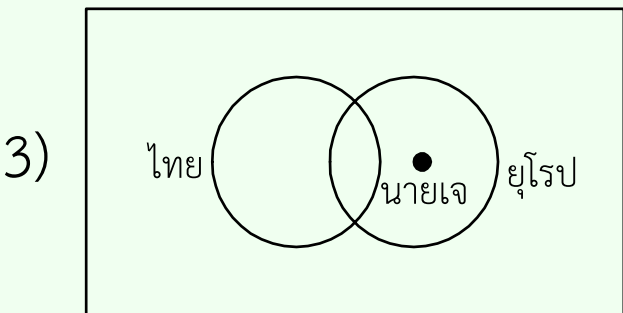
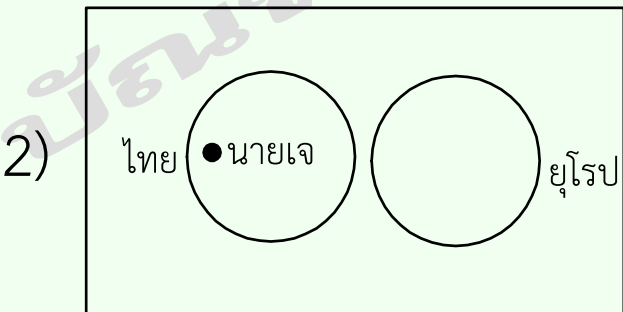
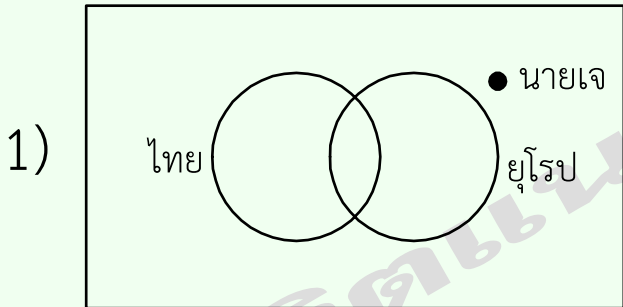
2) 0.9

3) 1.9

4) 2.1

2. แผนภาพในข้อใด**ไม่สมเหตุสมผล**กับการอ้างเหตุผลต่อไปนี้

- เหตุ 1. คนไทยทุกคนตกท้ายกันด้วยการไหว้
2. ชาวยุโรปส่วนใหญ่ตกท้ายกันด้วยการจับมือ
3. นายเจตกท้ายด้วยการจับมือ



3. ถ้าข้อมูล a, b, c, d และ e มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\bar{x}_1 = 24$ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $s_1 = 3$ ขณะที่ $\bar{x}_2$ และ s_2 เป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูล $\frac{5-3a}{2}, \frac{5-3b}{2}, \frac{5-3c}{2}, \frac{5-3d}{2}$ และ $\frac{5-3e}{2}$ แล้ว $|\bar{x}_2 + s_2|$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 27

2) 28

3) 29

4) 30

4. กำหนด $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$

และ $r = \{(x, y) \in A \times A \mid y \geq x\}$

จำนวนสมาชิกของ $r \cap r^{-1}$ ตรงกับข้อใด

1) 100

2) 50

3) 10

4) 5

5. ผลลัพธ์ของ $\frac{(36)^{50} \cdot (625)^{75}}{(75)^{100}}$ เป็นเลขจำนวน

กี่หลัก

1) 50

2) 51

3) 100

4) 101

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.ปลาย วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 42) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) 1.9

$$\text{จาก } \sum_{i=1}^{10} x_i = 60 \text{ จะได้ } \bar{x} = \frac{60}{10} = 6$$

$$\text{จาก } \sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2 = 46$$

$$\sum_{i=1}^{10} [(x_i - 6) + 1]^2 = 46$$

$$\sum_{i=1}^{10} [(x_i - 6)^2 + 2(x_i - 6) + 1] = 46$$

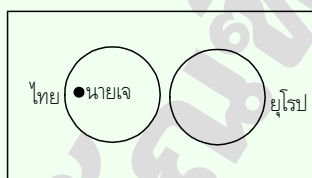
$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - 6)^2 + 2 \sum_{i=1}^{10} (x_i - 6) + 10 = 46$$

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - 6)^2 + 0 + 10 = 46 \quad (\because \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) = 0)$$

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - 6)^2 = 36$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - 6)^2}{10}} = \sqrt{\frac{36}{10}} = \sqrt{3.6} \approx 1.9$$

2. เฉลย 2)



แผนภาพในตัวเลือก 2) **ผิด** เพราะนายเจอยู่ในวงกลมที่ระบุว่าเป็นคนไทย ซึ่งต้องหักหายด้วยการให้ แต่เหตุที่กำหนดมา คือ นายเจหักหายด้วยการจับมือ จึง**ไม่**สมเหตุผล

3. เฉลย 3) 29

จากความจริงที่ว่า ถ้า ข้อมูลชุดที่ 1 เป็น $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$

ข้อมูลชุดที่ 2 เป็น $y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_N$

โดย $y_i = Ax_i + B$ แล้วจะได้

$$1. \quad \bar{y} = A\bar{x} + B$$

$$2. \quad s_y = |A|s_x$$

จากโจทย์ข้อมูลชุดที่ 1 : a, b, c, d, e มี $\bar{x}_1 = 24$ และ $s_1 = 3$

จากโจทย์ข้อมูลชุดที่ 2 : $\frac{5-3a}{2}, \frac{5-3b}{2}, \frac{5-3c}{2}, \frac{5-3d}{2}$ และ $\frac{5-3e}{2}$

จะมีค่า

$$\begin{aligned}\bar{x}_2 &= \frac{5 - 3\bar{x}_1}{2} \\ &= \frac{5 - 3(24)}{2} \\ &= 2.5 - 36 \\ &= -33.5\end{aligned}$$

และ

$$\begin{aligned}s_2 &= \left| -\frac{3}{2} \right| s_1 \\ &= \frac{3}{2} s_1 \\ &= \frac{3}{2} (3) \\ &= 4.5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore |\bar{x}_2 + s_2| &= |-33.5 + 4.5| \\ &= |-29| \\ &= 29\end{aligned}$$

4. เฉลย 3) 10

จาก

$$r = \{(x, y) \in A \times A \mid y \geq x\}$$

จะได้ว่า

$$r^{-1} = \{(x, y) \in A \times A \mid x \geq y\}$$

และ

$$\begin{aligned}r \cap r^{-1} &= \{(x, y) \in A \times A \mid y \geq x \text{ และ } x \geq y\} \\ &= \{(x, y) \in A \times A \mid x = y\}\end{aligned}$$

นั่นคือ

$$r \cap r^{-1} = \{(1, 1), (2, 2), \dots, (10, 10)\}$$

ดังนั้น

$$n(r \cap r^{-1}) = 10$$

5. เฉลย 4) 101

$$\begin{aligned}\frac{(36)^{50} \cdot (625)^{75}}{(75)^{100}} &= \frac{(2^2 \cdot 3^2)^{50} \cdot (5^4)^{75}}{(3 \cdot 5^2)^{100}} \\ &= \frac{2^{100} \cdot 3^{100} \cdot 5^{300}}{3^{100} \cdot 5^{200}} \\ &= 2^{100} \cdot 5^{100} \\ &= (2 \cdot 5)^{100} \\ &= (10)^{100} = \underbrace{1000\dots0}_{100 \text{ ตัว}}\end{aligned}$$

$\therefore$ ผลลัพธ์เป็นจำนวน 101 หลัก



ชุดที่ 41 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 41) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 21 จำนวนเรียงกันได้เป็นลำดับเลขคณิตดังนี้ 3, 5, 7, 9, ... แล้วค่าความแปรปรวนของข้อมูลกลุ่มนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{440}{3}$

2) $\frac{420}{3}$

3) $\frac{400}{3}$

4) $\frac{380}{3}$

2. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$ และ $B = \{a, b, c, d\}$
ฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้เป็นฟังก์ชันจาก A ไป B
ชนิดหนึ่งต่อหนึ่ง

1) $\{(1, a), (2, d), (3, a)\}$

2) $\{(a, 1), (b, 2), (c, 3)\}$

3) $\{(1, d), (2, a), (3, c)\}$

4) $\{(a, 1), (b, 3), (d, 1)\}$

3. ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

1) $2^{216} < 3^{135}$

2) a, b เป็นจำนวนจริง ถ้า $a < b < 0$ แล้ว
จะได้ $ab < a^2$

3) ถ้า $|x - 1| < 3$ แล้ว $|x + 1| < 4$

4) $\sqrt[4]{x^4} = x$

4. ถ้า $A \cap B' = \{0, 2, 4\}$, $B \cap A' = \{1, 3, 5\}$
และ $(A' - B)' = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
แล้ว $n(A - B')$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 2

2) 4

3) 6

4) 8

5. มีฝาแฝด 3 คู่ 2 คู่แรกเป็นเพศชายทั้งคู่ คู่ที่ 3
เป็นเพศชายและเพศหญิง ถ้าสุ่มเลือก 1 คน
จาก 6 คนนี้ และพบว่า เป็นเพศชายแล้วความ
น่าจะเป็นที่คู่แฝดของเขาจะเป็นเพศหญิงเท่ากับ
ข้อใดต่อไปนี้

1) 0.18

2) 0.20

3) 0.25

4) 0.30

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 41) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) $\frac{440}{3}$

ให้ข้อมูล 21 จำนวน คือ $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{21}$ เรียงกันเป็นลำดับเลขคณิต ดังนี้ 3, 5, 7, ...

จะได้ $\bar{x} = \text{Med}$ (คะแนนลำดับกึ่งกลาง)

$$= x_{11}$$

$$= x_1 + (11 - 1)d$$

$$= 3 + (11 - 1)(5 - 3)$$

$$= 23$$

$$\therefore s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{21} (x_i - 23)^2}{21}$$

$$= \frac{2 \sum_{i=1}^{10} (x_i - 23)^2}{21}$$

$$= \frac{2 \sum_{i=1}^{10} (x_i - 23)^2}{21} \quad *(\text{เพราะว่า } (x_{11} - 23)^2 = 0)$$

$$= \frac{2[(3 - 23)^2 + (5 - 23)^2 + \dots]}{21}$$

$$= \frac{2(20^2 + 18^2 + 16^2 + \dots)}{21}$$

สังเกตว่า 20, 18, 16, ... เป็นลำดับเลขคณิตที่มี $a_1 = 20, d = -2$

โดย $a_i = 20 + (i - 1)(-2)$

$$= 22 - 2i$$

$$\text{ดังนั้น } s^2 = \frac{2}{21} \sum_{i=1}^{10} (22 - 2i)^2$$

$$= \frac{2}{21} \times 4 \sum_{i=1}^{10} (11 - i)^2$$

$$= \frac{8}{21} \sum_{i=1}^{10} (121 - 22i + i^2)$$

$$= \frac{8}{21} \left[1210 - 22 \sum_{i=1}^{10} i + \sum_{i=1}^{10} i^2 \right]$$

$$= \frac{8}{21} \left[1210 - 22 \times \frac{10(10+1)}{2} + \frac{10(10+1)(20+1)}{6} \right]$$

$$= \frac{8}{21} \left[1210 - (11 \times 10 \times 11) + \frac{10 \times 11 \times 21}{6} \right]$$

$$= \frac{8}{21} [1210 - 1210 + (5 \times 11 \times 7)]$$

$$= \frac{8 \times 5 \times 11 \times 7}{21}$$

$$= \frac{8 \times 5 \times 11}{3} = \frac{440}{3}$$

สูตร

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

และ

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. เฉลย 3) $\{(1, d), (2, a), (3, c)\}$
ฟังก์ชันจาก A ไป B โดเมน = A = $\{1, 2, 3\}$
 $f = \{(1, d), (2, a), (3, c)\}$ จะเห็นว่า $D_f = A$
f เป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่ง เพราะสมาชิกตัวหน้าหนึ่งตัวจับคู่กับสมาชิกตัวหลังหนึ่งตัวทุกคู่ลำดับ

3. เฉลย 2) a, b เป็นจำนวนจริง ถ้า $a < b < 0$ แล้วจะได้ $ab < a^2$
จาก $a < b < 0$ จะได้ $|b| < |a|$
 $|a||b| < |a|^2$
 $ab < a^2$ ตัวเลือก 2) ถูก

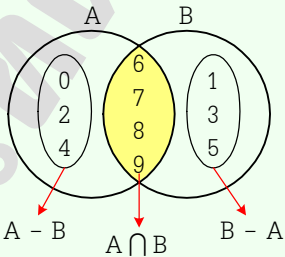
1) $2^{216} = (2^8)^{27} = (256)^{27}$
 $3^{135} = (3^5)^{27} = (243)^{27}$
 $\therefore 2^{216} > 3^{135}$ ตัวเลือก 1) ผิด

3) $|x - 1| < 3$
 $-3 < x - 1 < 3$
 $-3 + 2 < x - 1 + 2 < 3 + 2$
 $-1 < x + 1 < 5$
 $|x + 1| < 5$ ตัวเลือก 3) ผิด

4) $\sqrt[4]{x^4} = |x|$ ตัวเลือก 4) ผิด

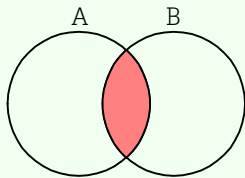
4. เฉลย 2) 4

$A \cap B' = A - B = \{0, 2, 4\}$
 $B \cap A' = B - A = \{1, 3, 5\}$
 $(A' - B)' = (A' \cap B)' = A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
เขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพ $A \cap B = \{6, 7, 8, 9\}$
 $A - B' = A \cap B$
 $\therefore n(A - B') = 4$

5. เฉลย 2) 0.20



$P(A/B)$ = ความน่าจะเป็นที่เกิดเหตุการณ์ A เมื่อกำหนดให้เหตุการณ์ B เกิดแล้ว
= $\frac{n(A \cap B)}{n(B)}$

A = เหตุการณ์ที่เลือกได้คนที่มีคู่แฝดเป็นหญิง

B = เหตุการณ์ที่เลือกได้ผู้ชาย

$A \cap B$ = เหตุการณ์ที่เลือกได้ผู้ชายและคู่แฝดของเขาเป็นผู้หญิง

จะเห็นว่าในที่นี้มีผู้ชายทั้งหมด 5 คน และมีผู้ชายที่มีคู่แฝดเป็นผู้หญิงเพียงคนเดียว
ดังนั้น

$n(B)$ = 5, $n(A \cap B)$ = 1
 $P(A/B)$ = $\frac{1}{5}$ = 0.20



ชุดที่ 40 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 40) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. รูป n เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบรรจุในวงกลมรัศมี 1 หน่วย มีเส้นทแยงมุม 20 เส้น จะมีพื้นที่กิตารางหน่วย

1) $2\sqrt{2}$

2) $4\sqrt{2}$

3) $6\sqrt{2}$

4) $8\sqrt{2}$

2. มีลูกเต๋ายู่ 2 ลูก ลูกที่ 1 เป็นลูกเต๋าศกติ ลูกที่ 2 ลูกถ่วงน้ำหนักให้มีโอกาสออกแต้มคือเป็น 3 เท่าของแต้มคู่ ความน่าจะเป็นที่ผลรวมของลูกเต๋ทั้งสองลูกเป็นจำนวนคู่ จากการทอดลูกเต๋ทั้งสองลูกพร้อมกันตรงกับข้อใด

1) $\frac{1}{6}$

2) $\frac{1}{4}$

3) $\frac{1}{3}$

4) $\frac{1}{2}$

3. กำหนดพจน์ที่ 1, 2 และ 3 ของลำดับเรขาคณิตชุดหนึ่ง คือ $m^2 + 2m + 2$, m และ 2 แล้วผลบวก 10 พจน์แรกของลำดับนี้ตรงกับข้อใด

1) m^2

2) -2

3) 0

4) 1

4. ถ้า $r_1 = \{(x, y) \mid |2y + 1| = 3 - 2x\}$
 $r_2 = \{(-1, 2), (0, -2), (1, 0), (2, 1), (3, 2)\}$

แล้ว $n(r_1 \cap r_2)$ เท่ากับข้อใด

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

5. กำหนดเอกภพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

(R) และทุก $x, y \in R$, $x * y = x + y - 2$

แล้วอินเวอร์สในเชิง $*$ ของ -3 เท่ากับข้อใด

1) -5

2) 5

3) 6

4) 7

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 40) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) $2\sqrt{2}$

จากความจริงที่ว่าในรูป n เหลี่ยมมีจุดยอด n จุด ถ้าเลือกเส้นโยงจุดยอด 2 จุดใดๆ จะได้เส้นโยงนั้นเป็นด้านหรือเส้นทแยงมุมของรูป n เหลี่ยม

$$\text{จำนวนเส้นทแยงมุมของรูป } n \text{ เหลี่ยม} = C_{(n, 2)} - n$$

$$\text{จะได้} \quad C_{(n, 2)} - n = 20$$

$$\frac{n!}{(n-2)!2!} - n = 20$$

$$\frac{(n-1)n}{2} - n = 20$$

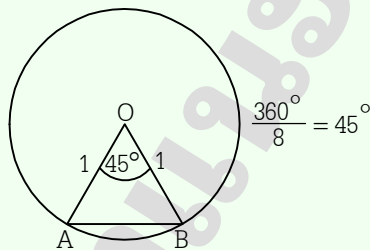
$$(n-1)n - 2n = 40$$

$$n^2 - 3n - 40 = 0$$

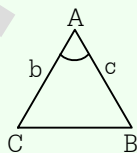
$$(n-8)(n+5) = 0$$

$$n = 8$$

ดังนั้นจะได้รูป 8 เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าบรรจุในวงกลมรัศมี 1 หน่วย



จะได้พื้นที่ 8 เหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า = 8 เท่าพื้นที่ $\triangle OAB$



$$\text{พื้นที่ } ABC = \frac{1}{2} bc \sin A$$

$$= 8 \left(\frac{1}{2} (1)(1) \sin 45^\circ \right)$$

$$= (4) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2\sqrt{2} \text{ ตารางหน่วย}$$

2. เฉลย 4) $\frac{1}{2}$

วิธีที่ 1 ลูกเต๋าลูกที่ 1 มีโอกาสออกหน้า 1, 2, 3, 4, 5, 6 เท่าๆ กัน
ลูกเต๋าลูกที่ 2 มีโอกาสออกหน้า $1_1, 1_2, 1_3, 2, 3_1, 3_2, 3_3, 4, 5_1, 5_2, 5_3, 6$
(โอกาสออกแต้มคือเป็น 3 เท่าของแต้มคู่)

$$\text{จะได้ว่า } n(S) = 6 \times 12 = 72$$

$$E = \{(1, 1_1), (1, 1_2), (1, 1_3), (1, 3_1), (1, 3_2), (1, 3_3), (1, 5_1), (1, 5_2), (1, 5_3), \\ (2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 1_1), (3, 1_2), (3, 1_3), (3, 3_1), (3, 3_2), (3, 3_3), (3, 5_1), \\ (3, 5_2), (3, 5_3), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (5, 1_1), (5, 1_2), (5, 1_3), (5, 3_1), (5, 3_2), \\ (5, 3_3), (5, 5_1), (5, 5_2), (5, 5_3), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$\therefore n(E) = 36$$

$$\text{จะได้ว่า } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{36}{72} = \frac{1}{2}$$

วิธีที่ 2 จากโจทย์ลูกเต๋าลูกที่ 1 มีโอกาสออกแต้มคือ $\frac{1}{2}$ และโอกาสออกแต้มคู่ $1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ลูกเต๋าลูกที่ 2 มีโอกาสออกแต้มคือ $\frac{3}{4}$ และโอกาสออกแต้มคู่ $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

เมื่อทดลองทอดลูกเต๋าลูก 2 ลูกดังกล่าวพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่ผลรวมของแต้มเป็นจำนวนคู่

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{3}{4} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} \right) \\ \text{(แต้มและแต้มคู่)} \quad \text{(แต้มและแต้มคู่)} \\ = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \\ = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

3. เฉลย 3) 0

$$\begin{aligned} \text{จาก } r &= \frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} \\ \frac{m}{m^2 + 2m + 2} &= \frac{2}{m} \\ m^2 &= 2m^2 + 4m + 4 ; m \neq 0 \\ m^2 + 4m + 4 &= 0 \\ (m + 2)^2 &= 0 \\ \therefore m &= -2 \end{aligned}$$

จะได้ว่า 3 พจน์แรก คือ 2, -2, 2 และ $r = -1$

$$\begin{aligned} \therefore S_{10} &= \frac{a_1(1 - r^{10})}{1 - r} \quad \text{เมื่อ } r < 1 \\ &= \frac{2[1 - (-1)^{10}]}{1 - (-1)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

4. เฉลย 2) 3

$n(r_1 \cap r_2) =$ จำนวนคู่ลำดับของ r_2 ที่สอดคล้องกับสมการ $ 2y + 1 = 3 - 2x$		
$(-1, 2) ;$	$L.S. = 2(2) + 1 = 5, R.S. = 3 - 2(-1) = 5$	
	$L.S. = R.S.$	สอดคล้อง
$(0, -2) ;$	$L.S. = 2(-2) + 1 = 3, R.S. = 3 - 2(0) = 3$	
	$L.S. = R.S.$	สอดคล้อง
$(1, 0) ;$	$L.S. = 2(0) + 1 = 1, R.S. = 3 - 2(1) = 1$	
	$L.S. = R.S.$	สอดคล้อง
$(2, 1) ;$	$L.S. = 2(1) + 1 = 3, R.S. = 3 - 2(2) = -1$	
	$L.S. \neq R.S.$	ไม่สอดคล้อง
$(3, 2) ;$	$L.S. = 2(2) + 1 = 5, R.S. = 3 - 2(3) = -3$	
	$L.S. \neq R.S.$	ไม่สอดคล้อง
ดังนั้น	$n(r_1 \cap r_2) = 3$	

5. เฉลย 4) 7

ก่อนจะหาอินเวอร์สในเชิง * ต้องหาเอกลักษณ์ก่อน
ให้ I เป็นเอกลักษณ์ และ a เป็นจำนวนจริงใดๆ จะได้
 $I * a = a * I = a + I - 2$ (โจทย์)
 $I * a = a$ (คุณสมบัติของเอกลักษณ์)
 $\therefore a + I - 2 = a$
 $I = 2$
 $(-3) * (-3)^{-1} = 2$ (คุณสมบัติของอินเวอร์ส)
 $(-3) * (-3)^{-1} = (-3) + (-3)^{-1} - 2$
 $\therefore (-3) + (-3)^{-1} - 2 = 2$
 $(-3)^{-1} = 7$



ชุดที่ 39 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 39) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. บริษัทเอกชนแห่งหนึ่งมีรถรับส่งพนักงาน 3 คัน พนักงาน 12 คน กำลังเดินทางไปขึ้นรถของบริษัทเพื่อเดินทางกลับบ้านอย่างสม่ำเสมอ ความน่าจะเป็นที่รถคันที่ 3 **ไม่มี**พนักงานขึ้นเลยเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

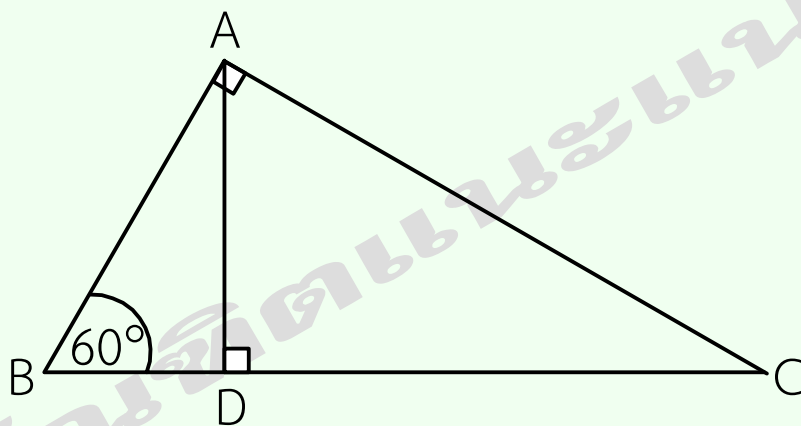
1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{12}$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$

3) $\left(\frac{1}{9}\right)^{12}$

4) $\left(\frac{2}{9}\right)^{12}$

2. จากรูป สามเหลี่ยม ABC มีมุม BAC เป็นมุมฉาก มุม B มีขนาด 60° , AD ตั้งฉากกับ BC, AD ยาว 3 หน่วย แล้วค่าของ $BD^2 + CD^2$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้



- 1) 30
 - 2) 28
 - 3) 26
 - 4) 24
3. กำหนด $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$,
 $r = \{(x, y) \in A \times A / x + y \leq 5\}$
จำนวนสมาชิกของความสัมพันธ์ r เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
- 1) 8
 - 2) 9
 - 3) 10
 - 4) 11

4. โยนเหรียญ 3 เหรียญหนึ่งครั้ง ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะหงายหน้าหัวจำนวน**มากกว่า**หงายหน้าก้อยเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{3}{4}$

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

4) $\frac{3}{8}$

5. กำหนดข้อมูล 11 จำนวน คือ $a_1, a_2, \dots, a_{11}$ เป็นลำดับเลขคณิตใดๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\bar{x} = \text{Med}$

ข. ข้อมูลชุดนี้**ไม่มี**ฐานนิยมเสมอ

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) จริงทั้ง ก. และ ข.

2) เท็จทั้ง ก. และ ข.

3) จริงเฉพาะ ก.

4) จริงเฉพาะ ข.

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6 วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 39) จำนวน 5 ข้อ

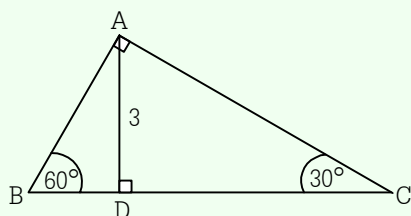
1. เฉลย 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{12}$

$$n(S) = 3^{12} \text{ (พนักงานแต่ละคนเลือกขึ้นรถได้ 3 วิธี)}$$

$$n(E) = 2^{12} \text{ (ไม่ขึ้นคันที่ 3 เลย พนักงานแต่ละคนจะเลือกขึ้นรถได้ 2 วิธี)}$$

$$\begin{aligned} P(E) &= \frac{2^{12}}{3^{12}} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^{12} \end{aligned}$$

2. เฉลย 1) 30



พิจารณาสามเหลี่ยม ABD

$$\frac{BD}{AD} = \cot 60^\circ$$

$$\frac{BD}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$BD = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{(\sqrt{3})(\sqrt{3})}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$BD^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$= 3$$

พิจารณาสามเหลี่ยม ACD

$$\frac{CD}{AD} = \cot 30^\circ$$

$$\frac{CD}{3} = \sqrt{3}$$

$$CD = 3\sqrt{3}$$

$$CD^2 = (3\sqrt{3})^2$$

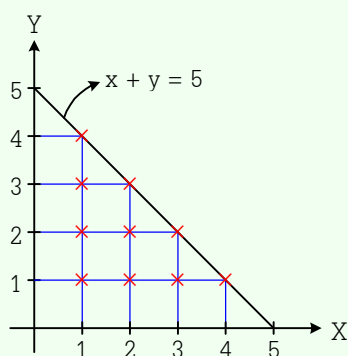
$$= 3^2(\sqrt{3})^2$$

$$= 27$$

$$\therefore BD^2 + CD^2 = 3 + 27 = 30$$

3. เฉลย 3) 10

เขียนกราฟของ r



จากกราฟ $r = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (4, 1)\}$

จำนวนสมาชิกของ $r = 10$

4. เฉลย 1) $\frac{1}{2}$

โยนเหรียญ 3 เหรียญ 1 ครั้ง

$S = \{(HHH), (HHT), (HTH), (HTT), (THH), (THT), (TTH), (TTT)\}$

E แทนเหตุการณ์ที่เหรียญหงายหน้าหัวจำนวนมากกว่าหงายหน้าก้อย

$E = \{(HHH), (HHT), (HTH), (THH)\}$

$$\begin{aligned}\therefore P(E) &= \frac{n(E)}{n(S)} \\ &= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

5. เฉลย 3) จงเฉพาะ ก.

ก. **จริง** หา $\bar{x}$ ของข้อมูลจาก

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{a_1 + \dots + a_{11}}{11} \\ &= \frac{11}{2} \left(\frac{a_1 + a_{11}}{11} \right) \\ &= \frac{a_1 + a_{11}}{2} \\ &= \frac{2a_1 + 10d}{2} \\ &= a_1 + 5d = a_6\end{aligned}$$

และ Med คือ ข้อมูลที่อยู่ตรงกลาง นั่นคือ $Med = a_6$

$$\therefore \bar{x} = Med$$

ข. **เท็จ** สมมุติ $a_1, a_2, \dots, a_{11}$ คือ 1, 1, ..., 1 เป็นลำดับเลขคณิตที่ $d = 0$ ซึ่งมีฐานนิยม คือ 1



ชุดที่ 38 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 38) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. น้ำหนักของผู้เข้าประกวดธิดาช่าง 15 คน เป็นดังนี้ 145, 154, 159, 160, 162, 164, 165, 168, 170, 172, 173, 175, 176, 180 และ 181 กิโลกรัม ถ้าเกณฑ์ในการผ่านเข้ารอบคือต้องมีน้ำหนักไม่ต่ำกว่าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 60 แล้วข้อใดต่อไปนี้เป็นน้ำหนัก**ต่ำสุด** (กิโลกรัม) ของผู้ที่ผ่านเข้ารอบ
 - 1) 160.0
 - 2) 168.1
 - 3) 171.2
 - 4) 180.4

2. จากอนุกรมเรขาคณิต $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$
จงหาผลบวกตั้งแต่พจน์ที่ 7 ถึงพจน์ที่ 10

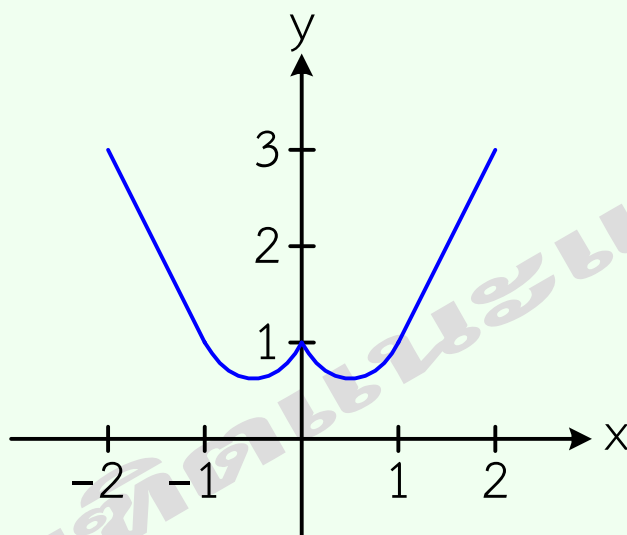
1) $\frac{1023}{1024}$

2) $\frac{255}{256}$

3) $\frac{15}{512}$

4) $\frac{1}{128}$

3. ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ในข้อใดมีกราฟดังรูปต่อไปนี้



1) $f(x) = x^2 + |x| + 1$

2) $f(x) = x^2 - |x| + 1$

3) $f(x) = |x^2 - x| + 1$

4) $f(x) = |x^2 + x| + 1$

4. ถ้า $r = \{(x, y) \mid \sqrt{2^x} + \sqrt{4^y} = \sqrt{2^x + 4^y + 8}\}$

ข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของ r

1) $(-90, 46)$

2) $(93, -45)$

3) $(96, -48)$

4) $(98, -47)$

5. พิจารณาข้อมูลต่อไปนี้

20, 7, 15, 18, 24, 21, 12, 10, 17

ค่าของ P_{75} เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 19.75

2) 20

3) 20.25

4) 20.50

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 38) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) 171.2

จากโจทย์เรียงข้อมูลได้ดังนี้

145, 154, 159, 160, 162, 164, 165, 168, 170, 172, 173, 175, 176, 180, 181

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ X_9 & X_{10} \end{matrix}$

$$\begin{aligned}
 \text{พิจารณา } P_{60} \text{ อยู่ในตำแหน่งที่ } i &= \frac{k}{100}(N+1) \\
 &= \frac{60}{100}(15+1) \\
 &= 9.6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ดังนั้น } P_{60} = X_{9.6} &= X_9 + 0.6(X_{10} - X_9) \\
 &= 170 + 0.6(172 - 170) \\
 &= 170 + 0.6(2) = 171.2
 \end{aligned}$$

สรุปได้ว่าน้ำหนัก**ต่ำสุด** คือ 171.2 จึงจะผ่านเข้ารอบ

2. เฉลย 3) $\frac{15}{512}$

หาผลบวกตั้งแต่พจน์ที่ 7 ถึงพจน์ที่ 10 โดยนำผลบวก 10 พจน์แรกลบกับผลบวก 6 พจน์แรก

$$\text{นั่นคือ } a_7 + a_8 + a_9 + a_{10} = S_{10} - S_6$$

$$\text{จาก } S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$$

$$\text{จะได้ } S_6 = \frac{1 - 1\left(\frac{1}{2}\right)^6}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_6 = \frac{1 - \frac{1}{64}}{\frac{1}{2}}$$

$$S_6 = \frac{\frac{63}{64}}{\frac{1}{2}}$$

$$S_6 = \frac{63}{32}$$

$$S_{10} = \frac{1 - 1\left(\frac{1}{2}\right)^{10}}{1 - \frac{1}{2}}$$

$$S_{10} = \frac{1 - \frac{1}{1024}}{\frac{1}{2}}$$

$$S_{10} = \frac{\frac{1023}{1024}}{\frac{1}{2}}$$

$$S_{10} = \frac{1023}{512}$$

$$\therefore S_{10} - S_6 = \frac{1023}{512} - \frac{63}{32} = \frac{1023 - 16(63)}{512} = \frac{1023 - 1008}{512} = \frac{15}{512}$$

3. เฉลย 2) $f(x) = x^2 - |x| + 1$

จากกราฟที่กำหนดให้จะเห็นว่าเป็นกราฟที่สมมาตรกับแกน y จากความจริงที่ว่า “เมื่อแทน x ด้วย -x ลงในสมการของกราฟที่สมมาตรแกน y สมการต้องไม่เปลี่ยน” จะเห็นว่าตัวเลือก 1) และตัวเลือก 2) เท่านั้นที่มีกราฟสมมาตรแกน y

พิจารณาที่ $x = 1$ และ 2

1) $f(1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$ และ $f(2) = 2^2 + 2 + 1 = 7$ ไม่สอดคล้องกับกราฟ

2) $f(1) = 1^2 - 1 + 1 = 1$ และ $f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 3$ **สอดคล้องกับกราฟ**

4. เฉลย 4) (98, -47)

พิจารณา $\sqrt{2^x} + \sqrt{4^y} = \sqrt{2^x + 4^y + 8}$

ยกกำลังสอง ; $2^x + 2\sqrt{2^x}\sqrt{4^y} + 4^y = 2^x + 4^y + 8$

$$2\sqrt{2^x}\sqrt{4^y} = 8$$
$$(2^x4^y)^{1/2} = 4$$
$$(2^x2^{2y})^{1/2} = 2^2$$
$$2^{(x+2y)/2} = 2^2$$
$$\frac{x+2y}{2} = 2$$

∴ $x + 2y = 4$ จะได้ว่า $r = \{(x, y) | x + 2y = 4\}$ ซึ่ง $(98, -47) \in r$ จึงตอบตัวเลือก 4)

5. เฉลย 4) 20.50

เรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก 7, 10, 12, 15, 17, 18, 20, 21, 24

จะเห็นว่าข้อมูลมี 9 จำนวน

ตำแหน่งของ $P_{75} = \frac{75}{100}(9 + 1) = 7.5$

ค่าของ $P_{75} = \frac{x_7 + x_8}{2} = \frac{20 + 21}{2} = 20.50$



ชุดที่ 37 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 37) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้า x เป็นจำนวนจริงที่ $\frac{x^3 - 216}{x^2 + 6x + 36} = 7$

แล้วเศษที่ได้จากการหาร x ด้วย 4 เท่ากับข้อใด

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

2. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) $\cos 37^\circ > \cos 25^\circ$

2) $\cot 80^\circ > \cot 60^\circ$

3) $\sin 30^\circ > \cos 60^\circ$

4) $\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ = 1$

3. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 10 จำนวน และมีสมบัติดังนี้

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - 4)^2 = 120 \text{ และ } \sum_{i=1}^{10} (x_i - a)^2 \text{ มีค่า}$$

น้อยที่สุดเมื่อ $a = 2$ จงหาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ของข้อมูลชุดดังกล่าว

1) $\sqrt{2}$

2) $\sqrt{8}$

3) 2

4) 8

4. ในการสร้างจำนวนคู่ที่มี 3 หลัก โดยสร้างจาก
ตัวเลข 0, 1, 2, 4, 7, 8, 9 โดยเลขแต่ละหลัก
ไม่ซ้ำกัน จะสร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน

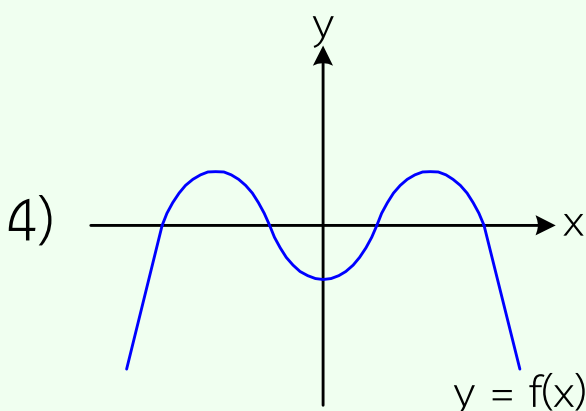
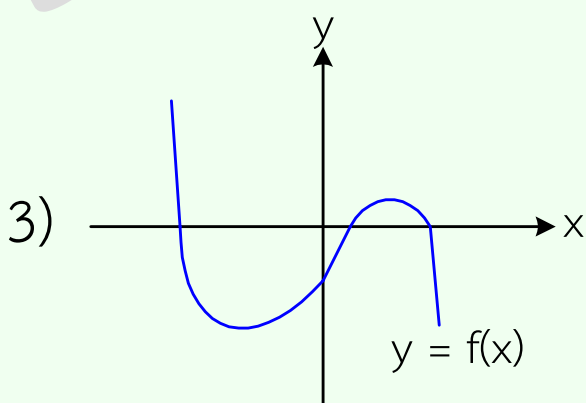
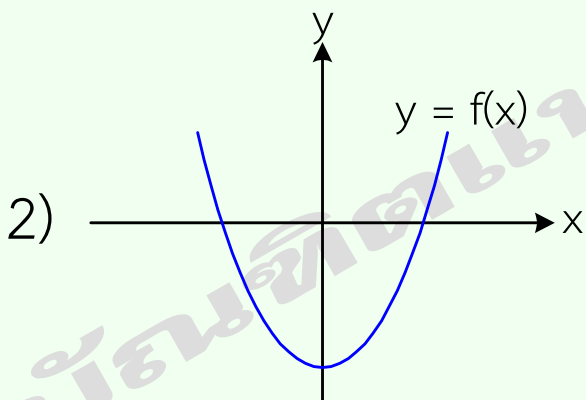
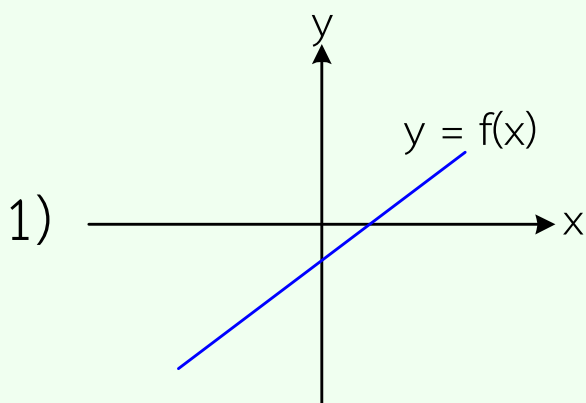
1) 100

2) 105

3) 200

4) 205

5. ให้ $f(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 3 ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง ถ้า $f(x) = 0$ มีรากเป็นจำนวนจริงที่แตกต่างกัน 3 จำนวน ข้อใดเป็นกราฟที่เป็นไปได้ของ $y = f(x)$



เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 37) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) 1

$$\frac{x^3 - 216}{x^2 + 6x + 36} = 7$$

$$\frac{(x-6)(x^2 + 6x + 36)}{x^2 + 6x + 36} = 7 ; \text{ จาก } a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$x - 6 = 7$$

$$x = 13$$

จะได้ว่า 13 หารด้วย 4 เหลือเศษ 1

2. เฉลย 4) $\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ = 1$

- 1) **ผิด** เพราะว่า มุมยิ่งโตค่า $\cos$ ยิ่งน้อย ($\cos$ เป็นฟังก์ชันลด)
- 2) **ผิด** เพราะว่า มุมยิ่งโตค่า $\cot$ ยิ่งน้อย ($\cot$ เป็นฟังก์ชันลด)
- 3) **ผิด** เพราะว่า $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$
- 4) **ถูก** เพราะว่า $\sin^2 2^\circ + \sin^2 88^\circ = \sin^2 2^\circ + \sin^2 (90^\circ - 2^\circ)$
 $= \sin^2 2^\circ + \cos^2 2^\circ$
 (จากสูตร $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$)
 $= 1$
 (จากสูตร $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$)

3. เฉลย 2) $\sqrt{8}$

จาก $\sum_{i=1}^{10} (x_i - a)^2$ มีค่าน้อยสุดเมื่อ $a = 2$ แสดงว่า $\bar{x} = 2$

นั่นคือ $\sum_{i=1}^{10} x_i = \bar{x}(10) = 2(10) = 20$

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } \sum_{i=1}^{10} (x_i - 2)^2 &= \sum_{i=1}^{10} [(x_i - 4) + 2]^2 \\ &= \sum_{i=1}^{10} [(x_i - 4)^2 + 4(x_i - 4) + 4] \\ &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - 4)^2 + 4 \sum_{i=1}^{10} (x_i - 4) + \sum_{i=1}^{10} 4 \\ &= \sum_{i=1}^{10} (x_i - 4)^2 + 4 \sum_{i=1}^{10} x_i - 4 \sum_{i=1}^{10} 4 + \sum_{i=1}^{10} 4 \\ &= 120 + 4(20) - 4(40) + 40 = 80 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } S^2 &= \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2}{N} \\ &= \frac{80}{10} = 8 \end{aligned}$$

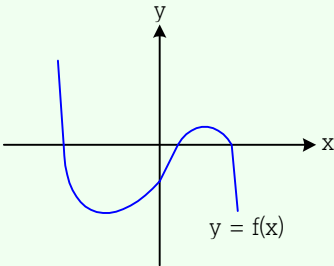
$$\text{สรุปได้ว่า } S = \sqrt{8}$$

4. เฉลย 2) 105

กรณีที่ 1 เลขคู่ที่มีหลักหน่วยเป็นเลข 0
 $\therefore$ เลือกตัวเลขหลักหน่วยได้ 1 วิธี
เลือกตัวเลขหลักสิบได้ 6 วิธี
เลือกตัวเลขหลักร้อยได้ 5 วิธี ($\because$ แต่ละหลักไม่ซ้ำกัน)
ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างเลขคู่ได้ $1 \times 6 \times 5 = 30$ วิธี

กรณีที่ 2 เลขคู่ที่มีหลักหน่วยไม่เป็นเลข 0
 $\therefore$ เลือกตัวเลขหลักหน่วยได้ 3 วิธี
เลือกตัวเลขหลักร้อยได้ 5 วิธี ($\because$ ยกเว้น 0)
เลือกตัวเลขหลักสิบได้ 5 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีสร้างเลขคู่ได้ $3 \times 5 \times 5 = 75$ วิธี
สรุปได้ว่า สามารถสร้างเลขคู่ 3 หลัก โดยเลขแต่ละหลักไม่ซ้ำกันได้ $30 + 75 = 105$ จำนวน

5. เฉลย 3)



$\because f(x) = 0$ มีรากที่แตกต่างกันทั้งหมด 3 จำนวน คือ x_1, x_2 และ x_3 ซึ่ง $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = 0$
นั่นคือ $(x_1, 0), (x_2, 0), (x_3, 0)$ อยู่บนกราฟ $y = f(x)$ ซึ่งมีกราฟในตัวเลือก 3) ที่มีค่า x จำนวน 3 ค่า
ที่ทำให้ $f(x) = 0$



ชุดที่ 36 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 36) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ให้วัตถุชิ้นหนึ่งวางอยู่บนแกน x ณ จุดกำเนิด โดยที่สามารถเคลื่อนวัตถุไปทางซ้ายและขวาได้ ครั้งละ 1 หน่วย ภายใต้เงื่อนไขว่า จะหยุดเมื่อวัตถุเคลื่อนไปอยู่ตำแหน่ง -2 หรือ 3 และเคลื่อนวัตถุได้มากที่สุด 4 ครั้ง จะมีวิธีเคลื่อนวัตถุได้กี่วิธี
 - 1) 9 วิธี
 - 2) 10 วิธี
 - 3) 11 วิธี
 - 4) 12 วิธี

2. ถ้า $\frac{625^{-3x-3}}{5^3} = \left(\frac{1}{125}\right)^{3-3x}$ จงหาค่า x

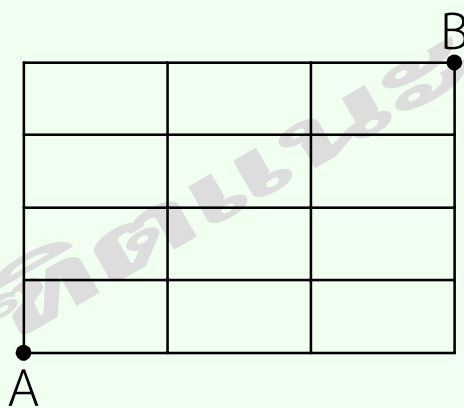
1) $\frac{2}{7}$

2) $\frac{7}{2}$

3) $-\frac{2}{7}$

4) $-\frac{7}{2}$

3. มีลวดตาข่ายดังรูป ถ้าจิ้งจกตัวหนึ่งอยู่ที่จุด A จิ้งจกจะไต่ไปตามเส้นลวดตาข่ายไปยังจุด B ได้กี่วิธีโดยมีเงื่อนไขว่าต้องไต่ในทิศเหนือหรือทิศตะวันออกเท่านั้น



1) 33 วิธี

2) 34 วิธี

3) 35 วิธี

4) 36 วิธี

4. จากแบบรูปต่อไปนี้

1	4
-1	2

2	8
1	4

5	20
7	10

-3	-12
-9	-6

8	a
b	c

โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย $a - b - c$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) 3
- 2) 6
- 3) 9
- 4) 12

5. กำหนด $A = \{x \mid |x + 1| = x + 1\}$

$$B = \{x \mid x - 1 \leq \frac{6}{x}\}$$

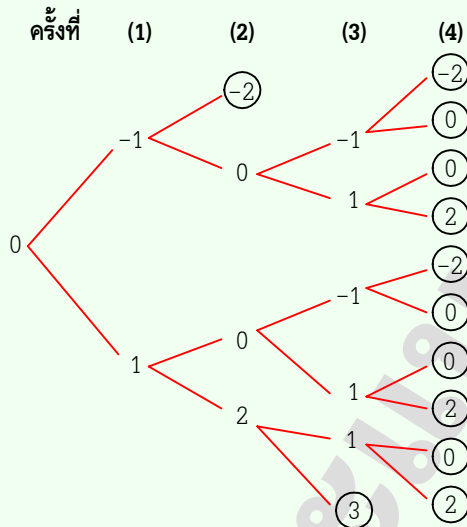
ข้อใดเป็นสับเซตของ $A - B$

- 1) $(-0.5, 0)$
- 2) $[0, 0.5)$
- 3) $[2.5, 3)$
- 4) $[3, 3.5]$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 36) จำนวน 5 ข้อ

1. **ເລຂ 4) 12 ວິທີ**

สามารถใช้แผนภาพต้น-ใบ ได้ดังนี้



∴ สามารถเคลื่อนวัตถุได้ 12 วิธี

2. **ଲେଖ** 3) $-\frac{2}{7}$

จาก

$$\frac{625^{-3x-3}}{5^3} = \left(\frac{1}{125}\right)^{3-3x}$$

$$\frac{(5^4)^{-3x-3}}{5^3} = (5^{-3})^{3-3x}$$

$$\frac{5^{-12x-12}}{5^3} = 5^{9x-9}$$

$$5^{-12x-15} = 5^{9x-9}$$

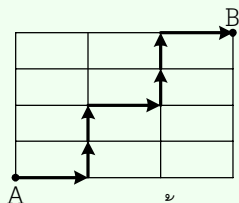
$$-12x - 15 = 9x - 9$$

$$-6 = 21x$$

$$-\frac{6}{21} = x$$

$$x = -\frac{2}{7}$$

3. เฉลย 3) 35 วิธี



จะเห็นว่าเส้นทางที่วิ่งจากจะไต่ไปสิ้นสุด B ได้ประกอบด้วย 7 จังหวะ ซึ่งประกอบด้วยทิศเหนือ (N) 4 จังหวะ ทิศตะวันออก (E) 3 จังหวะ เช่น ตัวอย่างดังรูป ENNENNE

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมด = $\frac{7!}{3!4!}$ (เรียงลำดับสิ่งของที่ซ้ำกัน)
= 35 วิธี

4. เฉลย 1) 3



∴ a - b - c = 32 - 13 - 16 = 3

5. เฉลย 1) (-0.5, 0)

พิจารณา $A = \{x \mid |x + 1| = x + 1\}$

∴ $|x + 1| = x + 1$

เมื่อ $x + 1 \geq 0$

∴ $x \geq -1$

ดังนั้น $A = [-1, \infty)$

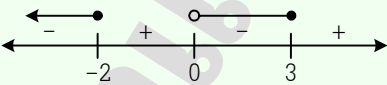
พิจารณา $B = \{x \mid x - 1 \leq \frac{6}{x}\}$

$x - 1 \leq \frac{6}{x}$

$x - 1 - \frac{6}{x} \leq 0$

$\frac{x^2 - x - 6}{x} \leq 0$

$\frac{(x - 3)(x + 2)}{x} \leq 0$



ดังนั้น $B = (-\infty, -2] \cup (0, 3]$

∴ $A - B = [-1, 0) \cup (3, \infty)$

และ $(-0.5, 0) \subset A - B$



ชุดที่ 35 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 35) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. พิจารณาข้อความดังต่อไปนี้

ก. $2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \dots$ พจน์ที่ 10 คือ $\frac{2}{3^9}$

ข. $3 + 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4^2 + \dots + 3 \cdot 4^{19} = 4^{20} - 1$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ก. และ ข. ถูก

2) ก. ผิด ข. ถูก

3) ก. ถูก ข. ผิด

4) ก. และ ข. ผิด

2. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมรูปหนึ่ง ซึ่งมีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้านประชิดมุม A มีค่าเป็น 6 หน่วย และ $\cos A = \frac{6\sqrt{85}}{85}$ จงหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC

- 1) 42 ตารางหน่วย
- 2) 21 ตารางหน่วย
- 3) $21\sqrt{85}$ ตารางหน่วย
- 4) $42\sqrt{85}$ ตารางหน่วย

3. กำหนด $f(x) = \sqrt{x}$ เมื่อ $x \geq 0$ แล้วผลบวกของสมาชิกในเซตคำตอบของ $11f(x^2) - 6(f(x))^4 + (f(x^3))^2 = 6$ มีค่าเท่ากับข้อใด

- 1) -6
- 2) 0
- 3) 3
- 4) 6

4. กำหนดให้ I^+ เป็นเซตของจำนวนเต็มบวก

$$\text{และ } P = \left\{ x \in I^+ \mid \frac{|x-1| - \frac{1}{3}}{|x-1|} \leq \frac{2}{3} \right\} \text{ จำนวน}$$

สมาชิกของเซต P เท่ากับข้อใด

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

5. ให้ A เป็นเซตคำตอบของอสมการ $|2x^2 - 15x + 22| > |2x^2 - 13x + 26|$ จำนวนเต็มบวกที่เป็นสมาชิกของเซต A มีกี่จำนวน

1) 0

2) 1

3) 2

4) 3

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 35) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) ก. และ ข. ถูก

พิจารณา ก. จากสูตรลำดับเรขาคณิต

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

จะได้

$$a_{10} = 2 \left(\frac{1}{3} \right)^{10-1} = \frac{2}{3^9}$$

ดังนั้น ก. **ถูกต้อง**

พิจารณา ข. จากสูตรอนุกรมเรขาคณิต

$$S_n = a_1 \frac{(r^n - 1)}{(r - 1)}$$

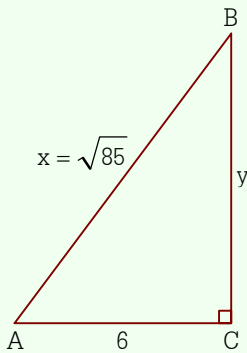
จะได้

$$S_{20} = 3 \frac{(4^{20} - 1)}{(4 - 1)} = 4^{20} - 1$$

ดังนั้น ข. **ถูกต้อง**

สรุปได้ว่า ก. และ ข. **ถูก**

2. เฉลย 2) 21 ตารางหน่วย



จะได้รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังนี้

$$\text{จาก } \cos A = \frac{6\sqrt{85}}{85}$$

$$\text{จะได้ว่า } \frac{6}{x} = \frac{6\sqrt{85}}{85}$$

$$\therefore x = \sqrt{85}$$

$$\text{จากรูป } (\sqrt{85})^2 = y^2 + 6^2 \text{ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)}$$

$$85 = y^2 + 36$$

$$y^2 = 85 - 36 = 49$$

$$y = 7$$

ดังนั้น พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม คือ $\frac{1}{2} \times 6 \times 7 = 21$ ตารางหน่วย

3. เฉลย 4) 6

$$11f(x^2) - 6(f(x))^4 + (f(x^3))^2 = 6$$

$$11\sqrt{x^2}^2 - 6(\sqrt{x})^4 + (\sqrt{x^3})^2 = 6$$

$$11x - 6x^2 + x^3 = 6$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 1, 2, 3$$

$\therefore$ เซตคำตอบ คือ $\{1, 2, 3\}$

$\therefore$ ผลบวกของสมาชิกในเซตคำตอบ คือ $1 + 2 + 3 = 6$

4. เฉลย 2) 1

$$\begin{aligned}\frac{|x-1| - \frac{1}{3}}{|x-1|} &\leq \frac{2}{3}; x \neq 1 \\ 1 - \frac{1}{3|x-1|} &\leq \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3|x-1|} &\geq \frac{1}{3} \\ |x-1| &\leq 1 \\ -1 \leq x-1 &\leq 1 \\ 0 \leq x &\leq 2\end{aligned}$$

เนื่องจาก x เป็นจำนวนเต็มบวก และ $x \neq 1$

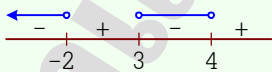
$\therefore x = 2$

สรุปได้ว่า จำนวนสมาชิกของ P เท่ากับ 1

5. เฉลย 1) 0

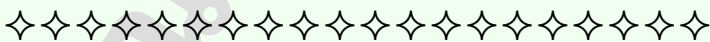
พิจารณา $|2x^2 - 15x + 22| > |2x^2 - 13x + 26|$
ยกกำลังสองทั้งสองข้าง $(2x^2 - 15x + 22)^2 > (2x^2 - 13x + 26)^2$
 $(2x^2 - 15x + 22)^2 - (2x^2 - 13x + 26)^2 > 0$
 $[2x^2 - 15x + 22 - 2x^2 + 13x - 26][2x^2 - 15x + 22 + 2x^2 - 13x + 26] > 0$
 $(-2x - 4)(4x^2 - 28x + 48) > 0$
 $-2(x + 2)4(x^2 - 7x + 12) > 0$
 $(x + 2)(x^2 - 7x + 12) < 0$
 $(x + 2)(x - 4)(x - 3) < 0$

จากสมการดังกล่าวจะได้ว่า $x < -2$ หรือ $3 < x < 4$



นั่นคือ $A = (-\infty, -2) \cup (3, 4)$

ดังนั้น ไม่มีจำนวนเต็มบวกอยู่ใน A



ชุดที่ 34 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 34) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้ $f_1 = \{(2, 4), (3, 7), (8, -5), (12, 3)\}$

และ $f_2 = \left\{\left(\frac{1}{2}, 3\right), (2, 6), (9, 3)\right\}$ จงหาว่า

$\frac{2f_1(3)}{f_2\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{(f_2(9))^2}{(f_1(12))^2}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) $\frac{23}{3}$

2) $\frac{17}{3}$

3) $\frac{14}{3}$

4) 1

2. ข้อใดเป็นข้อจำกัดในการใช้ข้อมูลทุติยภูมิ

- 1) ความสะดวก ความทันสมัย และความถูกต้องของข้อมูล
- 2) ความสะดวก ความทันสมัย และการขาดหายของข้อมูล
- 3) ความถูกต้อง ความสะดวก และการขาดหายของข้อมูล
- 4) ความถูกต้อง ความทันสมัย และการขาดหายของข้อมูล

3. สุ่มเลือกจำนวนสามหลักจาก 200 ถึง 999 มา 1 จำนวน ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้เลขคู่ และแต่ละหลัก**ไม่ซ้ำกัน**เท่ากับข้อใด

1) $\frac{9}{25}$

2) $\frac{19}{50}$

3) $\frac{9}{20}$

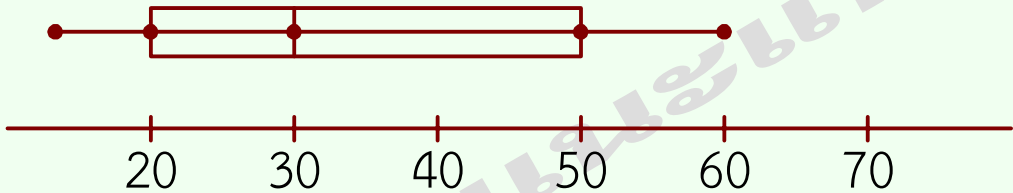
4) $\frac{63}{100}$

4. ผลการทดสอบสมรรถนะทางภาษาไทยของนักเรียน 6 คน พบว่านักเรียนที่ได้คะแนนสูงสุดมีคะแนนเท่ากัน 2 คนอีก 3 คนถัดมามีคะแนนเรียงลำดับโดยต่างกันรายละ 1 คะแนน และมีผลรวมเป็น 45 คะแนน ถ้าค่าฐานนิยม คือ 20 คะแนน ค่ามัธยฐาน คือ 15.5 คะแนน และพิสัย คือ 9 คะแนน จงหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้

- 1) 16 คะแนน
- 2) 16.5 คะแนน
- 3) 17 คะแนน
- 4) 17.5 คะแนน

5. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบเบ้ขวา
ค่าฐานนิยมจะมากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต
- ข. กำหนดแผนภาพกล่อง



จะได้ว่า จำนวนข้อมูลที่มีค่าระหว่าง 20 ถึง 30
มีจำนวน**น้อยกว่า**ข้อมูลที่มีค่าระหว่าง 30 ถึง 50
ข้อใด**ถูกต้อง**

- 1) ก. และ ข. ถูก
- 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3) ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4) ก. และ ข. ผิด

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 34) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) $\frac{17}{3}$

จากโจทย์ จะได้ว่า

$$f_1(3) = 7$$

$$f_2\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$f_2(9) = 3$$

$$f_1(12) = 3$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{2f_1(3)}{f_2\left(\frac{1}{2}\right)} + \frac{(f_2(9))^2}{(f_1(12))^2} &= \frac{2(7)}{3} + \frac{(3)^2}{(3)^2} \\ &= \frac{14}{3} + 1 \\ &= \frac{17}{3}\end{aligned}$$

2. เฉลย 4) ความถูกต้อง ความทันสมัย และการขาดหายของข้อมูล

ข้อจำกัดของข้อมูลทุติยภูมิมีเพียง 3 อย่าง นั่นคือ ความถูกต้อง ความทันสมัย และการขาดหายของข้อมูล

3. เฉลย 1) $\frac{9}{25}$

หาจำนวนที่เป็นเลขคู่ และแต่ละหลัก **ไม่ซ้ำกัน**

กรณีที่ 1 หลักร้อยเป็นเลขคู่ เลือกหนึ่งจำนวนจาก 2, 4, 6, 8 ได้ 4 วิธี

หลักหน่วยเลือกหนึ่งจำนวนจาก 0, 2, 4, 6, 8 ที่ **ไม่ซ้ำกับ** หลักร้อยได้ 4 วิธี

หลักสิบเลือกเลขที่ **ไม่ซ้ำกับ** หลักร้อยและหลักหน่วยได้ 8 วิธี

$$\therefore 4 \times 4 \times 8 = 128 \text{ จำนวน}$$

กรณีที่ 2 หลักร้อยเป็นเลขคี่ เลือกหนึ่งจำนวนจาก 3, 5, 7, 9 ได้ 4 วิธี

หลักหน่วยเลือกหนึ่งจำนวนจาก 0, 2, 4, 6, 8 ได้ 5 วิธี

หลักสิบเลือกเลขที่ **ไม่ซ้ำกับ** หลักร้อยและหลักหน่วยได้ 8 วิธี

$$\therefore 4 \times 5 \times 8 = 160 \text{ จำนวน}$$

$\therefore$ จำนวนที่เป็นเลขคู่ที่แต่ละหลัก **ไม่ซ้ำกัน** มีทั้งหมด $128 + 160 = 288$ จำนวน

ซึ่งสุ่มจาก $999 - 200 + 1 = 800$ จำนวน

$$\text{ความน่าจะเป็นจึงเท่ากับ } \frac{288}{800} = \frac{144}{400} = \frac{9}{25}$$

4. เจลย 1) 16 คะแนน

ให้คนที่ได้คะแนนสูงสุด 2 คน (คะแนนเท่ากัน) เป็น x

และมี 3 คนที่เรียงกันรวมกันได้ 45 คะแนน เป็น $y - 1, y, y + 1$

และคนที่ได้คะแนนน้อยที่สุดเป็น z

จึงสามารถเรียงข้อมูลจากค่าน้อยไปมากได้เป็น $z, y - 1, y, y + 1, x, x$

∴ จาก 3 คนที่เรียงกันรวมกันได้ 45 คะแนน คิดได้เป็น

$$(y - 1) + y + (y + 1) = 45$$

$$3y = 45$$

$$\therefore y = 15$$

จากฐานนิยมมีค่าเป็น 20 คะแนน ดังนั้น $x = 20$

และค่าพิสัยมีค่าเป็น 9 นั่นคือ $20 - z = 9$

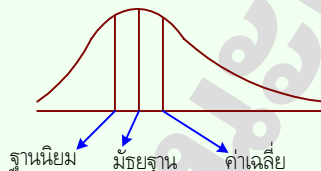
$$Z = 11$$

ดังนั้น สามารถเรียงข้อมูลได้เป็น 11, 14, 15, 16, 20, 20

∴ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ $\frac{11 + 14 + 15 + 16 + 20 + 20}{6} = 16$ คะแนน

5. **ເລຂ 4) ກ. ແລະ ຂ. ຟືດ**

ก. **ผิด**ถ้ามีการแจกแจงแบบเบ้ขวา ค่าฐานนิยมจะน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต ดังรูป



ข. **ผิด**จำนวนข้อมูลมีปริมาณเท่าๆ กัน แต่การกระจายต่างกัน โดยช่วง 20-30 มีการกระจายน้อยกว่าช่วง 30-50



ชุดที่ 33 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 33) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \dots$ เป็นลำดับเลขคณิตที่มี
 $a_2 - a_4 + a_8 = 10$
จงหาค่าของ $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{11}$
- 1) 80
 - 2) 90
 - 3) 100
 - 4) 110

2. จากการเก็บรวบรวมข้อมูลในเดือนมิถุนายนพบว่าปริมาณน้ำฝนที่เกิดขึ้นปรากฏดังตารางแจกแจงความถี่สะสม ดังนี้

ช่วงปริมาณน้ำฝน (พันลูกบาศก์เมตร)	ความถี่สะสม (จำนวนวัน)
1-5	4
6-10	12
11-15	19
16-20	25
21-25	30

จงพิจารณาว่าข้อความใดถูกต้อง

- 1) วันที่มีปริมาณน้ำฝน 6-10 พันลูกบาศก์เมตร มีจำนวนวันที่ฝนตกเป็น 40%
- 2) วันที่ฝนตกบ่อยที่สุดคือวันที่ฝนตก 11-15 พันลูกบาศก์เมตร
- 3) วันที่มีปริมาณน้ำฝน 21-25 พันลูกบาศก์เมตร มีจำนวนวันที่มากกว่าวันที่มีปริมาณน้ำฝน 16-20 พันลูกบาศก์เมตร
- 4) วันที่มีปริมาณน้ำฝน 21-25 พันลูกบาศก์เมตร มีจำนวนวันที่ฝนตกคิดเป็นเปอร์เซ็นต์แล้วน้อยกว่า 17%

3. ข้อใดถูกต้อง

1) กำหนดให้ $a \in \mathbb{R}$; จาก $a^0 = 1$ นั่นคือ $0^0 = 1$

2) จาก $\frac{22}{7} \in \mathbb{Q}$ นั่นคือ $\pi \in \mathbb{Q}$

3) $(x - 1)(x^4 + 16) = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริง 5 คำตอบ

4) $(x + 2)^2(x + 3)^4 = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 คำตอบที่แตกต่างกัน

4. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของ 10, 12, 14, 16, 18, 20 เท่ากับข้อใด

1) $\frac{35}{3}$

2) $\sqrt{\frac{35}{3}}$

3) $\sqrt{\frac{70}{3}}$

4) 3

5. ในการทอดลูกเต๋าร่วมกันสองลูก ถ้า E_1 เป็น เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มเป็น 6 และ E_2 เป็น เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มหารด้วย 2 ลงตัว ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) $E_1 - E_2 = \{(1, 5), (2, 4), (1, 1), (4, 2)\}$

2) $E_1 \cup E_2 = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$

3) $E_1 \cap E_2 = \{6\}$

4) $(E_1 - E_2)' = \phi$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 33) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 4) 110

พิจารณา

$$a_2 - a_4 + a_8 = 10$$

จะได้

$$(a_1 + d) - (a_1 + 3d) + (a_1 + 7d) = 10$$

$$a_1 + 5d = 10$$

จากสูตร

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$S_{11} = \frac{11}{2}(a_1 + a_{11})$$

$$= \frac{11}{2}(a_1 + a_1 + 10d)$$

$$= \frac{11}{2}(2a_1 + 10d)$$

$$= 11(a_1 + 5d)$$

$$= 11(10)$$

$$= 110$$

2. เฉลย 4) วันที่มีปริมาณน้ำฝน 21-25 พันลูกบาศก์เมตร มีจำนวนวันที่ฝนตกคิดเป็นเปอร์เซ็นต์แล้วน้อยกว่า 17%

ช่วงปริมาณน้ำฝน (พันลูกบาศก์เมตร)	ความถี่ (จำนวนวัน)
1-5	4
6-10	$12 - 4 = 8$
11-15	$19 - 12 = 7$
16-20	$25 - 19 = 6$
21-25	$30 - 25 = 5$
	30

1) ผิด เพราะวันที่มีน้ำฝน 6-10 พันลูกบาศก์เมตร มี 8 วัน คิดเป็น $\frac{8}{30} \times 100 = 26.67\%$

2) ผิด เพราะวันที่ฝนตกบ่อยที่สุด คือ วันที่มีฝนตก 6-10 พันลูกบาศก์เมตร

3) ผิด เพราะวันที่มีฝน 21-25 พันลูกบาศก์เมตร มี 5 วัน ซึ่งน้อยกว่าวันที่มีฝน 16-20 พันลูกบาศก์เมตร ที่มี 6 วัน

4) ถูก เพราะวันที่มีปริมาณน้ำฝน 21-25 พันลูกบาศก์เมตร มีจำนวนวันที่ฝนตก 5 วัน
ดังนั้น คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ได้ $\frac{5}{30} \times 100 = 16.7\%$ ซึ่งน้อยกว่า 17%

3. เฉลย 4) $(x + 2)^2(x + 3)^4 = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริง 2 คำตอบที่แตกต่างกัน

1) ผิด เพราะ a ต้องไม่เป็น 0

2) ผิด เพราะ $\pi \in \mathbb{Q}'$ ($\because \pi \neq \frac{22}{7}$)

3) ผิด เพราะ $x^4 + 16 = 0$ ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

4) ถูก เพราะมีค่า x สองคำตอบ คือ -2, -3

4. เฉลย 2) $\sqrt{\frac{35}{3}}$

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20}{6} \\ &= \frac{90}{6} \\ &= 15\end{aligned}$$

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
10	-5	25
12	-3	9
14	-1	1
16	1	1
18	3	9
20	5	25
		$\therefore \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 70$

$$\begin{aligned}\therefore \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} \\ &= \sqrt{\frac{70}{6}} \\ &= \sqrt{\frac{35}{3}}\end{aligned}$$

5. เฉลย 3) $E_1 \cap E_2 = \{6\}$

เมื่อพิจารณาผลรวมของแต้มที่เกิดจากการทอดลูกเต๋าพร้อมกันสองลูก
 จะได้ $S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$
 $E_1 = \{6\}$
 และ $E_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
 ดังนั้น $E_1 \cap E_2 = \{6\}$



ชุดที่ 32 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 32) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ให้ $f = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{3x+1}{2x-1} \right\}$ ข้อใดเป็นสับเซต
ของ $D_f \cap R_f$

1) $\left(-5, \frac{1}{2} \right)$

2) $\left[\frac{1}{2}, 1 \right]$

3) $\left[\frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right)$

4) $\left[\frac{3}{2}, \infty \right)$

2. ข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง**

1) $7^{270} < 5^{360} < 2^{810}$

2) $24^{200} < 12^{300} < 6^{400}$

3) $7^{320} > 3^{480} > 9^{160}$

4) $8^{280} > 2^{490} > 4^{350}$

3. พนักงานพาร์ทไทม์ของบริษัทแห่งหนึ่งมี 50 คน มีรายได้เป็นฐานนิยมอยู่ที่ 30 บาทต่อชั่วโมง ซึ่งมีทั้งหมด 10 คน ถ้าผลรวมของกำลังสองของรายได้พนักงานที่เหลืออีก 40 คน เป็น 36,450 บาท และสมมติให้ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของรายได้พนักงานเท่ากับข้อใด

1) 1

2) 3

3) 4

4) 9

4. แผนภาพต้น-ใบ แสดงดัชนีมวลกาย (BMI) ของนักเรียนห้อง ม.6/1 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีค่าดังนี้

1	4	4	5	6	7	7	9				
2	1	1	2	3	4	4	4	5	8	8	9
3	0	1									

โดยค่าเฉลี่ยดัชนีมวลกาย (BMI) ที่ถือว่าสุขภาพปกติมีค่าตั้งแต่ 20-25 ข้อใด**เป็นเท็จ**

- 1) นักเรียนที่มีสุขภาพปกติคิดเป็นร้อยละ 40 ของห้อง
- 2) ค่ามัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 22.5
- 3) ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้มีค่ามากกว่ามัธยฐาน
- 4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคนที่มีสุขภาพปกติมีค่าเท่ากับฐานนิยมของข้อมูลทั้งหมด

5. จากอสมการ $|2 + 8p| + 9 < 39$ จงหาค่า p ในข้อใดที่ทำให้สมการดังกล่าวเป็นจริง

1) $p > 1$ หรือ $p < \frac{-13}{4}$

2) $p > 1$

3) $-4 < p < \frac{7}{2}$

4) $1 < p < 5$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 32) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) $\left(-5, \frac{1}{2}\right)$

จาก $f(x) = y = \frac{3x+1}{2x-1}$ จะได้ว่า $2x-1 \neq 0$ นั่นคือ $x \neq \frac{1}{2}$

$$\therefore D_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

จาก $y = \frac{3x+1}{2x-1}$

$$\therefore 2xy - y = 3x + 1$$

$$-y - 1 = 3x - 2xy$$

$$-y - 1 = (3 - 2y)x$$

จะได้ $x = \frac{-y-1}{3-2y}$

จาก $3 - 2y \neq 0$ นั่นคือ $y \neq \frac{3}{2}$

$$\therefore R_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{3}{2}\right\}$$

จะได้ $D_f \cap R_f = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right\}$

และ $\left(-5, \frac{1}{2}\right) \subset \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right\}$

2. เฉลย 3) $7^{320} > 3^{480} > 9^{160}$

1) ผิด เพราะ $7^{270} = (7^3)^{90} = 343^{90}$

$$5^{360} = (5^4)^{90} = 625^{90}$$

$$2^{810} = (2^9)^{90} = 512^{90}$$

จาก $343^{90} < 512^{90} < 625^{90}$

$$\therefore 7^{270} < 2^{810} < 5^{360}$$

2) ผิด เพราะ $24^{200} = (24^2)^{100} = 576^{100}$

$$12^{300} = (12^3)^{100} = 1728^{100}$$

$$6^{400} = (6^4)^{100} = 1296^{100}$$

จาก $576^{100} < 1296^{100} < 1728^{100}$

$$\therefore 24^{200} < 6^{400} < 12^{300}$$

3) ถูก เพราะ $7^{320} = (7^4)^{80} = (2401)^{80}$

$$3^{480} = (3^6)^{80} = (729)^{80}$$

$$9^{160} = (9^2)^{80} = (81)^{80}$$

จาก $(2401)^{80} > (729)^{80} > (81)^{80}$

$$\therefore 7^{320} > 3^{480} > 9^{160}$$

4) ผิด เพราะ $8^{280} = (8^4)^{70} = 4096^{70}$

$$2^{490} = (2^7)^{70} = 128^{70}$$

$$4^{350} = (4^5)^{70} = 1024^{70}$$

จาก $4096^{70} > 1024^{70} > 128^{70}$

$$\therefore 8^{280} > 4^{350} > 2^{490}$$

3. เฉลย 2) 3

∴ ข้อมูลมีการแจกแจงแบบปกติ

∴ Mode = $\bar{x}$

$$\begin{aligned} \text{S.D.} &= \sqrt{\sum_{i=1}^{50} \frac{(x_i)^2}{N} - \bar{x}^2} \\ &= \sqrt{\frac{36,450 + 10(30)^2}{50} - 30^2} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

4. เฉลย 4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคนที่มีสุขภาพปกติมีค่าเท่ากับฐานนิยมของข้อมูลทั้งหมด

1) มีนักเรียนทั้งหมด 20 คน และมีค่าดัชนีมวลกายอยู่ในช่วง 20-25 ทั้งหมด 8 คน เท่ากับร้อยละ $\frac{8}{20} \times 100 = 40$

ถูก

$$\begin{aligned} 2) \quad \text{ค่ามัธยฐาน} &= \frac{\text{ข้อมูลที่ตัวที่ 10} + \text{ข้อมูลที่ตัวที่ 11}}{2} \\ &= \frac{22 + 23}{2} \\ &= 22.5 \end{aligned}$$

ถูก

3) 24 เป็นข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด
ดังนั้น ฐานนิยมมีค่า = 24 > 22.5 (มัธยฐาน)

ถูก

$$\begin{aligned} 4) \quad \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคนที่มีสุขภาพปกติ} &= \frac{21 + 21 + 22 + 23 + 24 + 24 + 24 + 25}{8} \\ &= \frac{184}{8} \\ &= 23 \\ &= 23 < 24 \text{ (ฐานนิยม)} \end{aligned}$$

ผิด

5. เฉลย 3) $-4 < p < \frac{7}{2}$

$$|2 + 8p| + 9 < 39$$

$$|2 + 8p| < 30$$

$$-30 < 2 + 8p < 30 \text{ (จากสมบัติ } |x| < a \text{ จะได้ } -a < x < a)$$

$$-32 < 8p < 28$$

$$\frac{-32}{8} < p < \frac{28}{8}$$

$$-4 < p < \frac{7}{2}$$



ชุดที่ 31 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 31) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้า $A \cup B = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A - B = \{d, e, f\}$
และ $B - A = \{a, b, c\}$ แล้ว $n(A \cap B)$ เท่ากับ
เท่าใด
 - 1) 6
 - 2) 3
 - 3) 0
 - 4) ถูกทุกข้อ

2. จากข้อมูล คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์

ข้อสอบชุดที่ 1 : 28, 27, 30, 35, 35, 41, 49, 46

ข้อสอบชุดที่ 2 : 23, 28, 29, 36, 37, 43, 45, 45

จงพิจารณาว่าข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ต้อง

- 1) ค่ามัธยฐานของข้อสอบชุดที่ 2 มีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อสอบชุดที่ 1 อยู่ 0.825
- 2) ค่าฐานนิยมของข้อสอบชุดที่ 1 มีค่าเท่ากับค่ามัธยฐานของข้อสอบชุดที่ 1
- 3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อสอบชุดที่ 2 มีค่าน้อยกว่าฐานนิยมของข้อสอบชุดที่ 2 อยู่ 9.25
- 4) ค่ามัธยฐานของข้อสอบชุดที่ 2 มีค่ามากกว่าฐานนิยมของข้อสอบชุดที่ 1 และน้อยกว่าฐานนิยมของข้อสอบชุดที่ 2

3. ปัจจุบันความแปรปรวนของอายุของสมาชิก
ครอบครัวหนึ่งซึ่งมี 4 คน เท่ากับ 8 (ปี)^2 และ
ความแปรปรวนของอายุของสมาชิกอีก
ครอบครัวหนึ่งซึ่งมี 8 คน เท่ากับ 16 (ปี)^2 ถ้า
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอายุของสมาชิกทั้งสอง
ครอบครัวนี้เท่ากันแล้ว อีก 2 ปีข้างหน้า ความ
แปรปรวนรวมของอายุของสมาชิกทั้งสอง
ครอบครัวนี้เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{10}{3}$

2) $\frac{20}{3}$

3) $\frac{30}{3}$

4) $\frac{40}{3}$

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม B เป็นมุมฉาก ถ้า $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ แล้ว $\sqrt{3} \operatorname{cosec} A \cdot \cos C$ มีค่าเท่าใด

1) $\sqrt{2}$

2) $\sqrt{3}$

3) $\sqrt{5}$

4) $\sqrt{7}$

5.

ตารางคะแนนสอบ O-NET กุมภาพันธ์ 2563
วิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียน 120 คน

ช่วงคะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)
30-39	1
40-49	4
50-59	10
60-69	22
70-79	45
80-89	30
90-99	8

ข้อใดคือค่าของ $Q_3 - D_7$

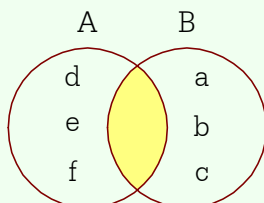
- 1) 2
- 2) 2.17
- 3) 2.34
- 4) 6

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 31) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) 0

นำข้อมูลจากโจทย์มาสร้างแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์



จากแผนภาพจะได้ $n(A \cap B) = 0$

2. เฉลย 1) ค่ามัธยฐานของข้อสอบชุดที่ 2 มีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อสอบชุดที่ 1 อยู่ 0.825

ผิด เพราะค่ามัธยฐานของข้อสอบชุดที่ 2 มีค่าเป็น $(36 + 37) \div 2 = 36.5$ ซึ่งมากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อสอบชุดที่ 1 ที่มีค่า $(28 + 27 + 30 + 35 + 35 + 41 + 49 + 46) \div 8 = 36.375$ อยู่ $36.5 - 36.375 = 0.125$

3. เฉลย 4) $\frac{40}{3}$

จาก

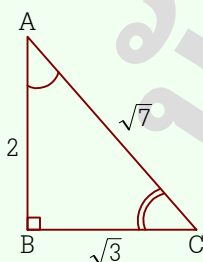
$$S_{\text{รวม}}^2 = \frac{N_1 S_1^2 + N_2 S_2^2}{N_1 + N_2} ; \bar{x}_1 = \bar{x}_2$$

$$= \frac{4(8) + 8(16)}{4 + 8}$$

$$= \frac{160}{12}$$

$$= \frac{40}{3}$$

4. เฉลย 2) $\sqrt{3}$



จาก ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

โดยอาศัยทฤษฎีบทพีทาโกรัส $AC = \sqrt{2^2 + (\sqrt{3})^2}$

$$= \sqrt{4 + 3} = \sqrt{7} \text{ หน่วย}$$

จากรูปจะได้ว่า $\operatorname{cosec} A = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$ และ $\cos C = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$

ดังนั้น $\sqrt{3} \operatorname{cosec} A = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \sqrt{7}$

สรุปได้ว่า $\sqrt{3} \operatorname{cosec} A \cdot \cos C = \sqrt{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \sqrt{3}$

5. เฉลย 1) 2

ช่วงคะแนน	f	Σf
30-39	1	1
40-49	4	5
50-59	10	15
60-69	22	37
70-79	45	82
80-89	30	112
90-99	8	120

พิจารณาตำแหน่ง

$$Q_3 = \frac{3}{4}(120) = 90$$

$$\therefore Q_3 = X_{90}$$

$$= 79.5 + 10\left(\frac{90 - 82}{30}\right) = 82.17$$

พิจารณาตำแหน่ง

$$D_7 = \frac{7}{10}(120) = 84$$

$$\therefore D_7 = X_{84}$$

$$= 79.5 + 10\left(\frac{84 - 82}{30}\right) = 80.17$$

ดังนั้น

$$Q_3 - D_7 = 2$$



ชุดที่ 30 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 30) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. เซตคำตอบของสมการ $x^2 + 4\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 10x - 4$ เป็นสับเซตของเซตใดต่อไปนี้

1) $(2, 8)$

2) $(-\infty, -7] \cup [3, \infty)$

3) $(-\infty, -4) \cup [3, \infty)$

4) $(-\infty, 2] \cup [8, \infty)$

2. ยายแจ่มขายลูกชุบวันแรกในวันที่ 3 กุมภาพันธ์ ได้กำไร 150 บาท และในวันต่อๆ ไป จะขายได้กำไรลดลงจากวันก่อนหน้าวันละ 10 บาททุกวัน ข้อใดต่อไปนี้เป็นวันที่ของเดือนกุมภาพันธ์ที่ยายแจ่มขายได้กำไรเฉพาะในวันนั้น 30 บาท

- 1) วันที่ 13
- 2) วันที่ 14
- 3) วันที่ 15
- 4) วันที่ 16

3. $18 \operatorname{cosec} 70^\circ \left(\frac{1}{\tan 20^\circ} - (\sin 20^\circ + \cos 70^\circ) \right)$

เท่ากับข้อใด กำหนด $\sin 20^\circ = 0.3$ และ $\cos 20^\circ = 0.9$

- 1) 16
- 2) 27
- 3) 48
- 4) 56

4. ให้ (h, k) เป็นจุดวกกลับของกราฟ $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a < 0$ และ $b, c \in \mathbb{R}$
ข้อใด**เป็นเท็จ**

1) $f(h + \sqrt{3}) = f(h - \sqrt{3})$

2) $y = f(x)$ เป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ

3) ถ้า $c > 0$ แล้วกราฟ $y = f(x)$ ไม่ตัดแกน x

4) $f(x)$ มีค่าสูงสุดเท่ากับ $ah^2 + bh + c$

5. ให้ $r = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B \text{ และ } x \text{ หารด้วย } y \text{ ลงตัว}\}$

ถ้า $B = \{3, 7, 11, 19\}$

แล้วความสัมพันธ์ r จะเป็นฟังก์ชัน เมื่อ A เท่ากับเซตในข้อใด

1) $\{14, 6, 121, 19\}$

2) $\{3, 7, 77, 38\}$

3) $\{21, 7, 11, 38\}$

4) $\{121, 49, 21, 38\}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 30) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 4) $(-\infty, 2] \cup [8, \infty)$

$$\text{จาก } x^2 + 4\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 10x - 4$$

$$(x^2 - 10x + 25) + 4\sqrt{x^2 - 10x + 25} = 21$$

$$\text{ให้ } A = \sqrt{x^2 - 10x + 25}$$

$$\text{จะได้ } A^2 + 4A - 21 = 0$$

$$(A + 7)(A - 3) = 0$$

$$A = -7, 3$$

เนื่องจาก A เป็นรากที่สองของ $x^2 - 10x + 25$ ดังนั้น A ต้องเป็นจำนวนจริงบวก

$$\text{พิจารณา } \sqrt{x^2 - 10x + 25} = 3$$

$$x^2 - 10x + 25 = 9$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$$x = 2, 8$$

$$\text{ดังนั้น } \{2, 8\} \subseteq (-\infty, 2] \cup [8, \infty)$$

2. เฉลย 3) วันที่ 15

การขาดทุนจากการขายของยายแจ่มเป็นลำดับเลขคณิตดังนี้ 150, 140, 130, ...

ดังนั้น $a_1 = 150$ และ $d = -10$

$$\text{ให้ } a_n = 30$$

$$\text{จาก } a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$\text{แทนค่า } 30 = 150 + (n - 1)(-10)$$

$$-120 = (-10)(n - 1)$$

$$12 = n - 1$$

$$\text{ดังนั้น } n = 13$$

เมื่อ a_1 ตรงกับวันที่ 3 จึงได้ a_{13} ตรงกับวันที่ $3 + 12 = 15$

3. เฉลย 3) 48

จากความสัมพันธ์แบบ co-function

$$\text{จะได้ } \sin 20^\circ = \cos (90^\circ - 20^\circ)$$

$$= \cos 70^\circ$$

$$= 0.3$$

$$\cos 20^\circ = \sin (90^\circ - 20^\circ)$$

$$= \sin 70^\circ$$

$$= 0.9$$

$$\text{ดังนั้น } \operatorname{cosec} 70^\circ = \frac{1}{\sin 70^\circ}$$

$$= \frac{1}{0.9}$$

$$= \frac{10}{9}$$

$$\begin{aligned}
 \text{และ} \quad \tan 20^\circ &= \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ} \\
 &= \frac{0.3}{0.9} \\
 &= \frac{1}{3} \\
 \therefore \text{จะได้} \quad 18 \operatorname{cosec} 70^\circ &\left(\frac{1}{\tan 20^\circ} - (\sin 20^\circ + \cos 70^\circ) \right) \\
 &= 18 \left(\frac{10}{9} \right) \left(\frac{1}{\frac{1}{3}} - (0.3 + 0.3) \right) \\
 &= 20(3 - 0.6) \\
 &= 20(2.4) \\
 &= 48
 \end{aligned}$$

4. เฉลย 3) ถ้า $c > 0$ แล้วกราฟ $y = f(x)$ ไม่ตัดแกน x
 เนื่องจาก $f(x) = ax^2 + bx + c$ มี $a < 0$ จึงเป็นกราฟพาราโบลาคว่ำ มีจุดสูงสุด คือ จุดวกกลับ
 (h, k) ดังนั้น $k = ah^2 + bh + c \therefore$ ตัวเลือก 2) และ 4) ถูก
 $\therefore$ พาราโบลาที่มีความสมมาตรด้านซ้ายและด้านขวาเทียบกับจุดวกกลับ $\therefore$ ตัวเลือก 1) ถูก
 พิจารณา เมื่อ $c > 0$ และจากโจทย์กำหนด $a < 0$
 จะได้ว่า $b^2 - 4ac > 0$ ซึ่งทำให้ $f(x) = 0$ มีคำตอบเป็นจำนวนจริง ดังนั้น $y = f(x)$ ตัดแกน x
 $\therefore$ ตัวเลือก 3) ผิด

5. เฉลย 1) $\{14, 6, 121, 19\}$
 จากความสัมพันธ์ x หาด้วย y ลงตัว และ $x \in A, y \in B$ ซึ่ง $B = \{3, 7, 11, 19\}$
 $\therefore$ ตัวเลือก 1) เป็นตัวเลือกเดียวที่โดเมนไม่ซ้ำ นั่นคือ $(14, 7), (6, 3), (121, 11), (19, 19)$



ชุดที่ 29 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 29) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อมูลชุดที่หนึ่งเรียงจากมากไปน้อย คือ

a, 19, 17, 15, 10

ข้อมูลชุดที่สองเรียงจากน้อยไปมาก คือ

39, 40, 40, b, c, 60, 66, 66

ถ้าพิสัยของข้อมูลชุดที่หนึ่งมีค่าเท่ากับ 10 และ
มัธยฐานกับฐานนิยมของข้อมูลชุดที่สองเป็น 50
และ 40 ตามลำดับแล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ
a, b และ $2c$ เท่ากับข้อใด

1) 20

2) 40

3) 50

4) 60

2. ถ้าลำดับเลขคณิต $a_1, a_2, a_3, \dots$ มีพจน์ที่ 10 และพจน์ที่ 15 เป็น -19 และ -34 ตามลำดับ

แล้ว $\sum_{i=1}^{20} (a_i + 2i)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) -30

2) -15

3) 10

4) 20

3. ให้จุด $(3, 2)$ เป็นจุดบน $y = \left(a - \frac{17}{18}\right)(3^x + 3x)$

จงหาว่าจุดใดคือจุดที่อยู่บนสมการเดียวกัน

1) $(0, 0)$

2) $\left(1, \frac{1}{2}\right)$

3) $\left(2, \frac{5}{6}\right)$

4) $\left(-1, \frac{-10}{18}\right)$

4. ในการแข่งขันตอบปัญหาต่อต้านยาเสพติด ระดับโลกที่ประเทศแคนาดา นางสาวพรทิพย์ ทำคะแนน ได้ 28, 29, 28, 32, 28 ตามลำดับ ถ้านางสาวพรทิพย์มีโอกาสดตอบคำถามเพิ่มอีก 1 ครั้ง ควรทำคะแนนให้ได้เท่าไรจึงจะทำให้ มัธยฐานของคะแนนเท่ากับ 30

1) 30

2) 40

3) 45

4) ไม่สามารถทำได้

5. ความน่าจะเป็นของการสุ่มจำนวน 2 จำนวน โดยไม่ซ้ำจาก $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ โดยผลคูณของ สองจำนวนนั้นมีค่ามากกว่า -1 เท่ากับข้อใด

1) $\frac{2}{5}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{3}{5}$

4) $\frac{7}{10}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 29) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 4) 60

∴ ข้อมูลชุดที่หนึ่งมีพิสัย คือ 10

$$\text{ดังนั้น} \quad a - 10 = 10$$

$$\therefore \quad a = 20$$

$$\text{ข้อมูลชุดที่สองมีมัธยฐาน คือ} \quad 50 = \frac{b+c}{2}$$

$$\therefore \quad b + c = 100$$

∴ ฐานนิยมของข้อมูลชุดที่สองมีค่าเป็น 40 นั่นคือ b หรือ c ต้องเป็น 40 ($\because$ 66 มีความถี่ 2)
แต่ $b \leq c$ $\therefore$ ให้ $b = 40$ จะได้ $c = 60$

$$\therefore \quad \frac{a+b+2c}{3} = \frac{20+40+(2)60}{3} = 60$$

2. เฉลย 3) 10

จากสูตรลำดับเลขคณิต

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

พิจารณา

$$a_{10} = a_1 + 9d$$

จะได้

$$-19 = a_1 + 9d \quad \dots(1)$$

และ

$$a_{15} = a_1 + 14d$$

ได้

$$-34 = a_1 + 14d \quad \dots(2)$$

$$(2) - (1) ;$$

$$-15 = 5d$$

ดังนั้น

$$d = -3$$

แทนค่า d ใน (1) จะได้ $a_1 = 8$ และได้เป็นลำดับเลขคณิตดังนี้ 8, 5, 2, -1, ...

โดยที่ $a_n = -3n + 11$

พิจารณา

$$\sum_{i=1}^{20} (a_i + 2i) = \sum_{i=1}^{20} (-3i + 11 + 2i)$$

$$= - \sum_{i=1}^{20} i + \sum_{i=1}^{20} 11$$

$$= - \left(\frac{20(21)}{2} \right) + 220$$

$$= 10$$

3. เฉลย 3) $\left(2, \frac{5}{6}\right)$

เพราะว่า $(3, 2)$ เป็นจุดบน $y = \left(a - \frac{17}{18}\right)(3^x + 3x)$

แทนค่า $x = 3$ และ $y = 2$ จะได้ว่า

$$2 = \left(a - \frac{17}{18}\right)(3^3 + 3(3))$$

$$2 = \left(a - \frac{17}{18}\right)(27 + 9)$$

$$2 = \left(a - \frac{17}{18}\right)(36)$$

$$\frac{2}{36} = \left(a - \frac{17}{18}\right)$$

$$\frac{1}{18} = a - \frac{17}{18}$$

$$\frac{1}{18} + \frac{17}{18} = a$$

$$a = 1$$

แทน $a - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$ ในสมการ จะได้ว่า

$$y = \frac{1}{18}(3^x + 3x)$$

พิจารณาตัวเลือก 3) แทน (x, y) ด้วย $\left(2, \frac{5}{6}\right)$;

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{18}(3^2 + 3(2))$$

$$\frac{5}{6} = \frac{1}{18}(9 + 6)$$

$$\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{5}{6} \text{ เป็นจริง}$$

$\therefore$ จุด $\left(2, \frac{5}{6}\right)$ อยู่บนสมการเดียวกันกับจุด $(3, 2)$

4. เฉลย 4) ไม่สามารถทำได้

พิจารณาลำดับคะแนนที่ได้ 28, 28, 28, 29, 32

ถ้าหากตอบเพิ่มเพียงครั้งเดียวจะพบว่าไม่มีคะแนนใดที่ทำให้มัธยฐานของคะแนนเท่ากับ 30 คะแนน

5. เฉลย 3) $\frac{3}{5}$

เลือก 2 จำนวนโดย **ไม่ซ้ำ** จาก $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

$$\text{ได้ทั้งหมด } \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \text{ วิธี}$$

วิธีที่ผลคูณมีค่า **มากกว่า** -1 คือ

$$(-2) \times 0, (-2) \times (-1), (-1) \times 0, 0 \times 1, 0 \times 2, 1 \times 2$$

ทั้งหมด 6 วิธี

$$\text{ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลคูณมีค่ามากกว่า -1 เท่ากับ } \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$



ชุดที่ 28 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 28) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. จงหาค่า $\sum_{m=3}^{10} 4m - \sum_{m=2}^6 (3m - 2)$ ตรงกับข้อใด

1) 150

2) 158

3) 266

4) 270

2. ถ้า a, b, c, d เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $b > a > 0 > c > d$ แล้วค่าของ $|a + d - b - c| + |-2(a + b - c - d)|$ เท่ากับข้อใด

1) $-3a - 3b + 3c + 3d$

2) $a + 3b - c - 3d$

3) $-a - 3b + c + 3d$

4) $3a + 3b - 3c - 3d$

3. จงหาค่าของ $\frac{2 \operatorname{cosec} \theta + \sec^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} - 3 \tan \theta$

โดยกำหนดให้ $\cot \theta = \frac{5}{8}$

1) $\frac{\sqrt{89} - 124}{4}$

2) $\frac{25\sqrt{89} - 124}{100}$

3) $\sqrt{89} - 31$

4) $31 - \sqrt{89}$

4. ผลลัพธ์ของ $2^{3^2} \times (8^2)^3 \times (4^{-1})^4$ เท่ากับข้อใด

1) 2^{19}

2) 2^{16}

3) 2^{14}

4) 2^{10}

5. จงหาค่าของ $\frac{8^{4/3}}{\sqrt[3]{27}} - \frac{4^{3/2}}{\sqrt[8]{256}} + \frac{\sqrt{10} - \sqrt{84}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}}$

1) $-\frac{13}{3}$

2) $-\frac{5}{3}$

3) $\frac{1}{3}$

4) $\frac{7}{3}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 28) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) 158

$$\text{จาก } \sum_{i=1}^n i = \frac{n}{2}(n+1)$$

$$\begin{aligned} \text{หา } \sum_{m=3}^{10} m &= \sum_{m=1}^{10} m - \sum_{m=1}^2 m \\ &= \frac{10}{2}(10+1) - \frac{2}{2}(2+1) \\ &= 5(11) - 1(3) \\ &= 55 - 3 \\ \sum_{m=3}^{10} m &= 52 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{และ } \sum_{m=2}^6 m &= \sum_{m=1}^6 m - \sum_{m=1}^1 m \\ &= \frac{6}{2}(6+1) - \frac{1}{2}(1+1) \\ &= 3(7) - 1 \\ &= 21 - 1 \\ \sum_{m=2}^6 m &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{หา } \sum_{m=3}^{10} 4m - \sum_{m=2}^6 (3m-2) &= 4 \sum_{m=3}^{10} m - 3 \sum_{m=2}^6 m + \sum_{m=2}^6 2 \\ &= 4(52) - 3(20) + 2(5) \\ &= 208 - 60 + 10 = 158 \end{aligned}$$

2. เฉลย 2) $a + 3b - c - 3d$

$$\text{พิจารณา } |a + d - b - c| = |(a - b) + (d - c)|$$

$$\because b > a \text{ และ } c > d \text{ ทำให้ } a - b < 0 \text{ และ } d - c < 0$$

$$\text{ดังนั้น } (a - b) + (d - c) < 0$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } |a + d - b - c| &= -(a + d - b - c) \\ &= -a - d + b + c \end{aligned}$$

...(1)

$$\begin{aligned} \text{พิจารณา } |-2(a + b - c - d)| &= |-2||a + b - c - d| \\ &= 2|a + b - c - d| \end{aligned}$$

$$\because a, b > 0 \therefore a + b > 0$$

$$\text{และ } c, d < 0 \therefore -c, -d > 0 \text{ ทำให้ } -c - d > 0$$

$$\text{ดังนั้น } a + b - c - d > 0$$

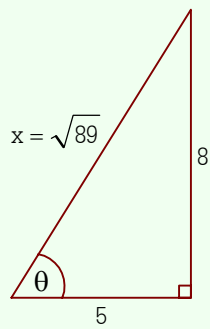
$$\begin{aligned} \text{จะได้ } 2|a + b - c - d| &= 2(a + b - c - d) \\ &= 2a + 2b - 2c - 2d \end{aligned}$$

...(2)

$$\begin{aligned} \therefore |a + d - b - c| + |-2(a + b - c - d)| \\ = b + c - a - d + 2a + 2b - 2c - 2d = a + 3b - c - 3d \end{aligned}$$

3. เฉลย 2) $\frac{25\sqrt{89} - 124}{100}$

จาก $\cot \theta = \frac{5}{8}$ สามารถวาดรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้เป็น



$$\begin{aligned} x^2 &= 8^2 + 5^2 \text{ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)} \\ x^2 &= 64 + 25 \\ x^2 &= 89 \\ x &= \sqrt{89} \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} \frac{2 \operatorname{cosec} \theta + \sec^2 \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} - 3 \tan \theta &= \frac{2\left(\frac{\sqrt{89}}{8}\right) + \left(\frac{\sqrt{89}}{5}\right)^2}{1} - 3\left(\frac{8}{5}\right) \\ &= \frac{\sqrt{89}}{4} + \frac{89}{25} - \frac{24}{5} \\ &= \frac{25\sqrt{89} - 124}{100} \end{aligned}$$

4. เฉลย 1) 2^{19}

$$\begin{aligned} 2^{3^2} \times (8^2)^3 \times (4^{-1})^4 &= 2^9 \times 8^6 \times 4^{-4} \\ &= 2^9 \times (2^3)^6 \times (2^2)^{-4} \\ &= 2^9 \times 2^{18} \times 2^{-8} \\ &= 2^{19} \end{aligned}$$

5. เฉลย 3) $\frac{1}{3}$

จากโจทย์

$$\begin{aligned} &\frac{8^{4/3}}{\sqrt[3]{27}} - \frac{4^{3/2}}{\sqrt[8]{256}} + \frac{\sqrt{10 - \sqrt{84}}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} \\ &= \frac{(2^3)^{4/3}}{(3^3)^{1/3}} - \frac{(2^2)^{3/2}}{(2^8)^{1/8}} + \frac{\sqrt{(\sqrt{7})^2 - 2\sqrt{7}\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} \\ &= \frac{2^4}{3} - \frac{2^3}{2} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{3}}{\sqrt{3} - \sqrt{7}} \\ &= \frac{16}{3} - 4 - 1 \\ &= \frac{16}{3} - 5 \\ &= \frac{16 - 15}{3} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$



ชุดที่ 27 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 27) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

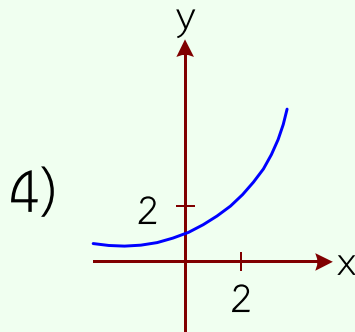
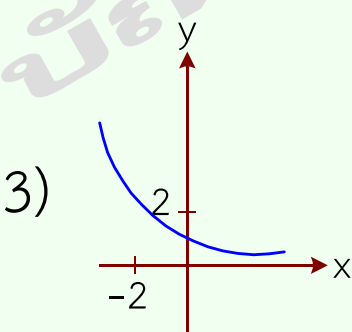
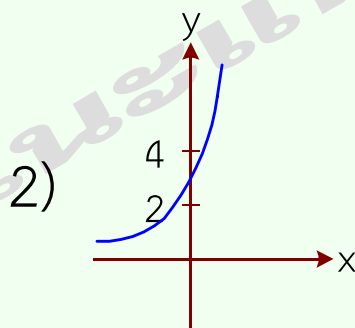
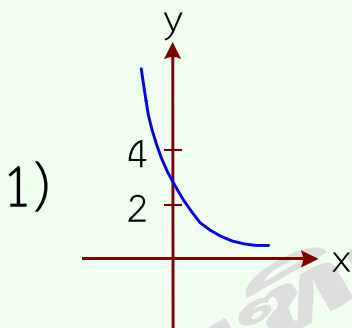
1. ในการเขียนจำนวนใดๆ ที่มี 4 หลัก จากเลขโดด
ดังนี้ คือ 0, 1, 2, 4, 6, 7 และ 9 โดยที่เลขโดด
ในหลักทั้งสี่**ไม่ซ้ำกัน**เลย จะมีวิธีเขียนตัวเลข
เหล่านี้ที่แสดงจำนวนคู่ได้กี่วิธี
 - 1) 120 วิธี
 - 2) 220 วิธี
 - 3) 320 วิธี
 - 4) 420 วิธี

2. กำหนดให้ ข้อมูลชุดที่หนึ่ง มีข้อมูลตำแหน่งที่ 13
ตรงกับ P_{26}
ข้อมูลชุดที่สอง มีข้อมูลตำแหน่งที่ 12
ตรงกับ Q_3

ผลรวมของจำนวนข้อมูลทั้งสองชุดเท่ากับข้อใด

- 1) 135
- 2) 101
- 3) 97
- 4) 64

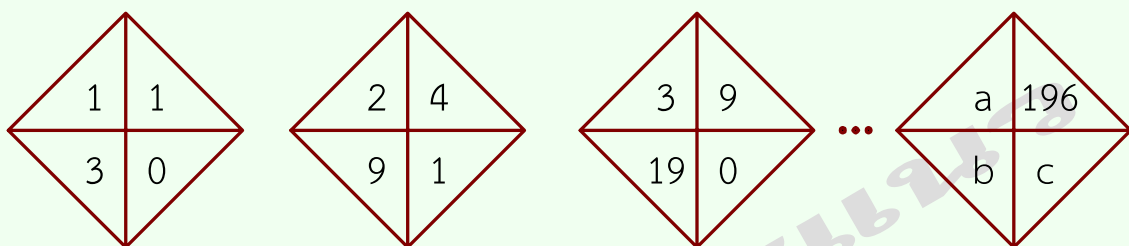
3. กราฟของ $y = 3 \cdot 2^x$ ตรงกับข้อใด



4. เด็กหญิงกระปุกฝากเงินไว้กับแม่ 1 บาท ในวันที่ 2 มีนาคมปีนี้ และวันต่อมาเด็กหญิงกระปุกฝากเงินไว้กับแม่ 3 บาท และวันต่อๆ มาเป็น 5 บาท, 7 บาท และ 9 บาท ตามลำดับ ถ้าเด็กหญิงกระปุกทำเช่นนี้เป็นประจำ แล้วก่อนวันที่ 31 มีนาคมปีนี้ เด็กหญิงกระปุกจะมีเงินฝากอยู่กับแม่ **มากที่สุด** กี่บาท

- 1) 729 บาท
- 2) 784 บาท
- 3) 841 บาท
- 4) 900 บาท

5. จากแบบรูปต่อไปนี้



โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย $28a - b + c$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

- 1) -1
- 2) 0
- 3) 1
- 4) 2

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 27) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 4) 420 วิธี

จากเลขโดดทั้งหมด 7 จำนวน สามารถสร้างจำนวนคู่ได้ 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ตำแหน่งสุดท้าย (หลักหน่วย) ลงท้ายด้วย 0

$$\boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{1}$$

จะสามารถเขียนแสดงจำนวนคู่ได้ $6 \times 5 \times 4 \times 1 = 120$ วิธี

กรณีที่ 2 ตำแหน่งสุดท้าย (หลักหน่วย) ลงท้ายด้วย 2, 4 หรือ 6

และตำแหน่งแรก (หลักพัน) ไม่เท่ากับ 0

$$\neq 0 \quad \boxed{5} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3}$$

จะสามารถเขียนแสดงจำนวนคู่ได้ $5 \times 5 \times 4 \times 3 = 300$ วิธี

จากทั้ง 2 กรณี สรุปได้ว่า สามารถสร้างจำนวนคู่ 4 หลักได้ทั้งหมด $120 + 300 = 420$ วิธี

2. เฉลย 4) 64

จากโจทย์

$$P_{26} = \frac{26(N_1 + 1)}{100} = 13$$

$$\therefore N_1 = \left(\frac{13 \times 100}{26} \right) - 1 = 49$$

จากโจทย์

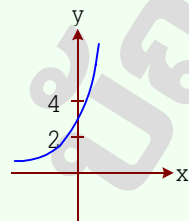
$$Q_3 = \frac{3(N_2 + 1)}{4} = 12$$

$$\therefore N_2 = \left(\frac{12 \times 4}{3} \right) - 1 = 15$$

ดังนั้น

$$N_1 + N_2 = 49 + 15 = 64$$

3. เฉลย 2)

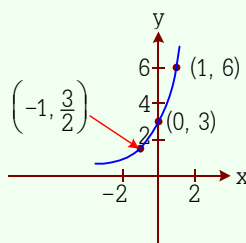


ถ้า $x = 0$ แล้ว $y = 3$ กราฟตัดแกน y ที่ $(0, 3)$

$x = -1$ แล้ว $y = \frac{3}{2}$ กราฟผ่านจุด $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$

$x = 1$ แล้ว $y = 6$ กราฟผ่านจุด $(1, 6)$

จะเห็นแนวโน้มของจุด ดังนี้



ดังนั้น จึงตอบกราฟตัวเลือก 2)

4. เฉลย 3) 841 บาท

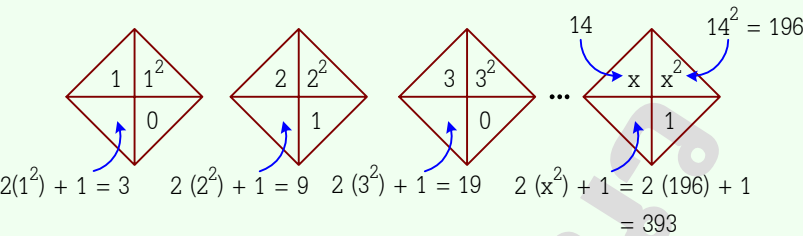
ตั้งแต่วันที่ 2 มีนาคม จนถึงวันที่ 31 มีนาคม นับเป็น $31 - 2 = 29$ วัน

เงินที่เด็กหญิงกระปุกฝากไว้กับแม่

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + \dots + 57}_{29 \text{ พจน์}} = \frac{29}{2} (1 + 57)$$
$$= 29^2$$
$$= 841$$

5. เฉลย 2) 0

จากแบบรูปจะได้



พิจารณา c แบ่งเป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 ถ้า a เป็นจำนวนคี่ แล้ว $c = 0$

กรณีที่ 2 ถ้า a เป็นจำนวนคู่ แล้ว $c = 1$

จาก $a = 14, b = 393 \therefore c = 1$

ดังนั้น

$$28a - b + c = 28(14) - 393 + 1$$
$$= 392 - 393 + 1$$
$$= 0$$



ชุดที่ 26 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 26) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้ C เป็นปริมาณที่มีค่าขึ้นกับค่าของตัวแปร x และ y ด้วยความสัมพันธ์ $C = 5x + by$ เมื่อ x, y สอดคล้องเงื่อนไข $3x + 2y \leq 13$, $x + 3y \leq 16$, $x \geq 2$ และ $y \geq 3$ ถ้าค่าสูงสุดของ C คือ 52 แล้ว b มีค่าต่ำสุดเท่ากับข้อใดต่อไปนี
- 1) $\frac{47}{5}$
 - 2) 12
 - 3) $\frac{121}{9}$
 - 4) 14

2. กำหนดให้ $a, b, c \in \mathbb{N}$ ซึ่ง 8 หาร a เหลือเศษ 2, 8 หาร b เหลือเศษ 4 และ 8 หาร c เหลือเศษ 6 แล้ว 8 หาร $ab + c$ เหลือเศษเป็นจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 0

2) 2

3) 4

4) 6

3. จงหาคำตอบของ $\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$ เมื่อ $0 \leq x \leq 2\pi$

1) $\frac{\pi}{2}$

2) $\frac{\pi}{3}$

3) 0

4) π

4. ถ้า $2^{5x-y} \geq 4^5$ และ $\log_2(2y - x) = 2$ แล้ว
ค่าต่ำสุดของ $x + y$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) 6

2) 8

3) 10

4) $\frac{40}{3}$

5. ในงานเลี้ยงสังสรรค์ เด็กชายแต่ละคนจะจับมือ
ทักทายกับเด็กชายอื่นคนละครั้ง เด็กหญิงก็จะ
จับมือทักทายกับเด็กหญิงอื่นคนละครั้ง แต่เด็กหญิง
กับเด็กชาย จะไม่จับมือทักทายกัน ถ้าเด็กชายมี
จำนวนมากกว่าเด็กหญิงและมีการจับมือทักทาย
กันทั้งหมด 7 ครั้ง มีเด็กชายในงานเลี้ยงสังสรรค์
ทั้งหมดกี่คน

1) 2

2) 3

3) 4

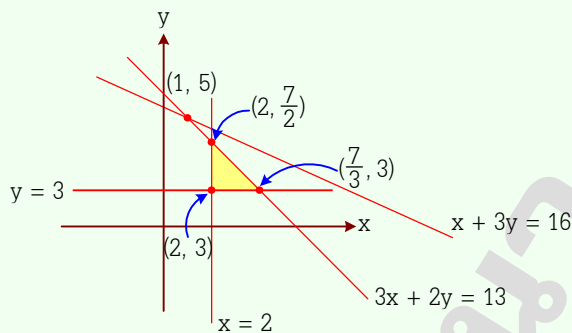
4) 5

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 26) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) 12

จากเงื่อนไข $3x + 2y \leq 13$, $x + 3y \leq 16$, $x \geq 2$ และ $y \geq 3$ วาดรูปได้ดังนี้



$$\text{หาจุดตัดของเส้นตรง} \quad x + 3y = 16 \quad \dots(1)$$

$$3x + 2y = 13 \quad \dots(2)$$

$$3 \times (1); \quad 3x + 9y = 48 \quad \dots(3)$$

$$(3) - (2); \quad 7y = 35$$

$$y = 5$$

$$\text{แทน } y = 5 \text{ ใน (1) จะได้} \quad x = 1$$

$\therefore$ จุดตัดของเส้นตรงคือ จุด $(1, 5)$

$$\text{พิจารณาจุด } (2, 3) \quad \text{ถ้า } C = 5(2) + b(3) = 52 \quad \text{จะได้ } b = 14$$

$$\left(\frac{7}{3}, 3\right) \quad \text{ถ้า } C = 5\left(\frac{7}{3}\right) + b(3) = 52 \quad \text{จะได้ } b = \frac{121}{9}$$

$$\left(2, \frac{7}{2}\right) \quad \text{ถ้า } C = 5(2) + \frac{7}{2}(b) = 52 \quad \text{จะได้ } b = 12$$

$\therefore$ ค่าต่ำสุดของ b คือ 12

2. เฉลย 4) 6

ให้ $a, b, c \in \mathbb{N}$

จาก 8 ทหาร a เหลือเศษ 2 ดังนั้น จะได้ว่ามี $p \in \mathbb{I}$ ซึ่ง

$$a = 8p + 2 \quad \dots(1)$$

จาก 8 ทหาร b เหลือเศษ 4 ดังนั้น จะได้ว่ามี $q \in \mathbb{I}$ ซึ่ง

$$b = 8q + 4 \quad \dots(2)$$

จาก 8 ทหาร c เหลือเศษ 6 ดังนั้น จะได้ว่ามี $r \in \mathbb{I}$ ซึ่ง

$$c = 8r + 6 \quad \dots(3)$$

$$\text{นำ } ((1) \times (2)) + (3) \text{ จะได้ ; } ab + c = (8p + 2)(8q + 4) + 8r + 6$$

$$= 8^2pq + 8 \cdot 4 \cdot p + 8 \cdot 2 \cdot q + 8 + 8r + 6$$

$$= 8(8pq + 4p + 2q + 1 + r) + 6$$

$$= 8k + 6$$

(เมื่อให้ $k = 8pq + 4p + 2q + 1 + r \in \mathbb{I}$)

$\therefore$ 8 ทหาร $ab + c$ เหลือเศษ 6

3. เฉลย 4) π

จากโจทย์

$$\begin{aligned} 0 &= \sin^2 x + \cos x + 1 \\ &= (1 - \cos^2 x) + \cos x + 1 \\ &= -\cos^2 x + \cos x + 2 \end{aligned}$$

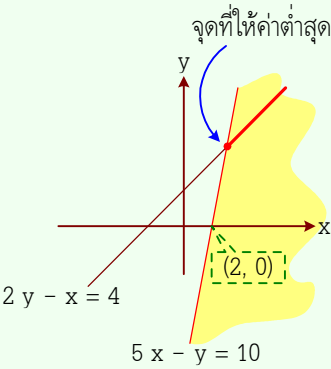
ให้ $y = \cos x$ สมการข้างบนจะเปลี่ยนเป็น

$$\begin{aligned} 0 &= y^2 - y - 2 \\ &= (y + 1)(y - 2) \end{aligned}$$

สมการนี้มีราก $y = 2$ (ซึ่งเป็นไปไม่ได้ เพราะ $|\cos x| \leq 1$) และ $y = -1$
ดังนั้น

$$x = \arccos(-1) = \pi$$

4. เฉลย 1) 6



$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad 2^{5x-y} &\geq 4^5 \\ 2^{5x-y} &\geq 2^{10} \\ \text{จะได้} \quad 5x - y &\geq 10 \quad \dots(1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad \log_2(2y - x) &= 2 \\ 2y - x &= 2^2 \\ 2y - x &= 4 \quad \dots(2) \end{aligned}$$

พิจารณาจุดตัดของสมการ ;

$$\begin{aligned} 5x - y &= 10 \quad \dots(3) \end{aligned}$$

$$2 \times (3) ; \quad 10x - 2y = 20 \quad \dots(4)$$

$$\begin{aligned} (2) + (4) ; \quad 9x &= 24 \\ x &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{แทนค่า } x = \frac{8}{3} \text{ ใน } (2) ; \quad 2y - \frac{8}{3} &= 4 \\ y &= \frac{10}{3} \end{aligned}$$

ค่าต่ำสุดของ $x + y$ เกิดจากค่าต่ำสุดของ x รวมกับค่าต่ำสุดของ y
 $\therefore$ ค่าต่ำสุดของ $x + y$ คือ $\frac{8}{3} + \frac{10}{3} = 6$

5. เฉลย 3) 4

สมมติว่า มีเด็กชาย b คน และเด็กหญิง g คน ในงานเลี้ยงสังสรรค์ เมื่อ $b > g$ จำนวนครั้งที่จับมือ
ทักทายกันเท่ากับ

$$\binom{b}{2} + \binom{g}{2} = 7$$

$$\begin{aligned} \text{หรือ} \quad \frac{b(b-1)}{2} + \frac{g(g-1)}{2} &= 7 \\ b(b-1) + g(g-1) &= 14 \end{aligned}$$

สังเกตว่า $b(b-1)$ และ $g(g-1)$ เป็นจำนวนคู่ทั้งคู่และบวกกันได้ 14 พิจารณาผลบวก $12 + 2$
(หรือ $4 \cdot 3 + 2 \cdot 1$), $10 + 4$ และ $8 + 6$

ตรวจสอบผลบวกเหล่านี้ พบว่ามีเพียงกรณีแรกเท่านั้นที่สามารถเขียนในรูปแบบ $b(b-1) + g(g-1)$
เนื่องจาก $b > g$ ดังนั้น $b = 4$ และ $g = 2$ นั่นคือ เด็กชายที่อยู่ในงานเลี้ยงสังสรรค์มี 4 คน



ชุดที่ 25 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 25) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ในการสอบวิชาพลศึกษาของนักเรียน ม.6 จำนวน 12 คน ซึ่งมีคะแนนเต็ม 15 คะแนน นักเรียนแต่ละคนสอบได้คะแนน (x_i) ดังนี้ 9, 6, 10, 15, 9, 2, 2, 3, 7, 11, 4, 2 จงหาค่า a ที่ทำให้

$$\sum_{i=1}^{12} (x_i - a)^2 \text{ มีค่าน้อยที่สุด}$$

1) $\frac{19}{3}$

2) $\frac{20}{3}$

3) $\frac{22}{3}$

4) $\frac{23}{3}$

2. ข้อใดเป็นเท็จ

1) $(A \cap B) \cup (A \cap B') = A$

2) $(A \cup B) \cap (A \cup B') = A$

3) ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \cap B \cap C = C$

4) $A \cap (A' \cap B) = \emptyset$

3. กำหนด A_i เป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่ i และ

L_i เป็นความยาวเส้นรอบรูปของสี่เหลี่ยมจัตุรัส

รูปที่ i ถ้า $\frac{A_i}{A_{i+1}} = 2$ ทุก $i \in \mathbf{N}$ และ $A_1 = 4$

แล้ว $\sum_{i=1}^{\infty} L_i$ มีค่าเป็นเท่าใด

1) $8 + 4\sqrt{2}$

2) $8 - 4\sqrt{2}$

3) $16 + 8\sqrt{2}$

4) $16 - 8\sqrt{2}$

4. ให้ $N = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot \dots \cdot 100!$ ถ้า $\frac{N}{a!}$ เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์ โดย $0 < a < 100$ ข้อใดต่อไปนี้ **เป็นจริง**

- 1) a เป็นจำนวนเฉพาะ
- 2) a มีตัวประกอบเฉพาะเพียง 2 ตัว
- 3) a มีตัวประกอบเฉพาะเพียง 4 ตัว
- 4) a มีตัวประกอบเฉพาะเพียง 6 ตัว

5. กำหนดให้ พาราโบลารูปหนึ่งมีจุดยอดอยู่ที่จุดกำเนิดและมีเส้นตรง $y = k$, $k < 0$ เป็นเส้นไคเรกทริกซ์ ถ้าเส้นตรง $L : 2x - y + k - 1 = 0$ ผ่านจุดโฟกัส F ของพาราโบลา และ P เป็นจุดหนึ่งที่เส้นตรง L ตัดกับพาราโบลาที่จุด $x = 2$ แล้วระยะทางระหว่างจุด F และ P เป็นเท่าใด

- 1) $\frac{3}{2}$ หน่วย
- 2) 3 หน่วย
- 3) 4 หน่วย
- 4) $\frac{9}{2}$ หน่วย

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 25) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) $\frac{20}{3}$

เนื่องจาก $\sum_{i=1}^{12} (x_i - a)^2$ จะมีค่าน้อยที่สุด ก็ต่อเมื่อ $a = \bar{x}$

จากข้อมูลข้างต้นเราสามารถหา $\bar{x}$ ได้ ดังนี้

$$\bar{x} = \frac{9+6+10+15+9+2+2+3+7+11+4+2}{12}$$

$$= \frac{80}{12}$$

$$= \frac{20}{3}$$

ดังนั้น

$$a = \frac{20}{3}$$

2. เฉลย 3) ถ้า $A \subset B$ และ $B \subset C$ แล้ว $A \cap B \cap C = C$

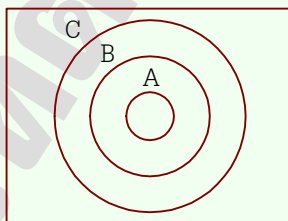
$$\begin{aligned} 1) \quad (A \cap B) \cup (A \cap B') &= A \cap (B \cup B') \\ &= A \cap U \\ &= A \end{aligned}$$

ถูก

$$\begin{aligned} 2) \quad (A \cup B) \cap (A \cup B') &= A \cup (B \cap B') \\ &= A \cup \emptyset \\ &= A \end{aligned}$$

ถูก

3) จาก $A \subset B$ และ $B \subset C$ สามารถวาดแผนภาพได้ดังนี้



$$\begin{aligned} 4) \quad \therefore A \cap B \cap C &= A \neq C \\ A \cap (A' \cap B) &= (A \cap A') \cap B \\ &= \emptyset \cap B \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

ผิด

ถูก

3. เฉลย 3) $16 + 8\sqrt{2}$

$$\therefore \left(\frac{L_i}{4}\right)^2 = A_i \text{ และ } \frac{A_i}{A_{i+1}} = 2 \therefore \frac{\left(\frac{L_i}{4}\right)^2}{\left(\frac{L_{i+1}}{4}\right)^2} = 2$$

$$\text{จะได้ } \frac{L_i}{L_{i+1}} = \sqrt{2} \text{ นั่นคือ } \frac{L_{i+1}}{L_i} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$L_1, L_2, L_3, \dots \text{ เป็นลำดับเรขาคณิตที่มีอัตราส่วนร่วมเป็น } \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ โดย } L_1 = 8 \left[\therefore \left(\frac{L_1}{4}\right)^2 = 4 \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore \sum_{i=1}^{\infty} L_i &= \frac{L_1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}} \\ &= \frac{8\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} \\ &= \frac{8\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{1} \\ &= 16 + 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

4. เฉลย 2) a มีตัวประกอบเฉพาะเพียง 2 ตัว

$$\begin{aligned} \therefore N = 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! \cdot \dots \cdot 100! &= \overset{2!}{\uparrow} 1! \cdot \overset{4!}{\uparrow} (2 \cdot 1!) \cdot 3! \cdot \overset{100!}{\uparrow} (4 \cdot 3!) \cdot \dots \cdot 99! \cdot (100 \cdot 99!) \\ &= (2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 100)(1!3!5! \dots 99!)^2 \\ &= 2^{50}(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 50)(1!3!5! \dots 99!)^2 \\ &= 50!2^{50}(1!3!5! \dots 99!)^2 \end{aligned}$$

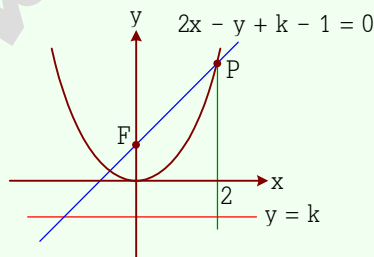
ดังนั้น $\frac{N}{50!} = 2^{50}(1!3!5! \dots 99!)^2$ เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์

$$\therefore a = 50 = 2 \cdot 5^2$$

นั่นคือ a มีตัวประกอบเฉพาะ 2 ตัว คือ 2 และ 5

5. เฉลย 2) 3 หน่วย

จากโจทย์ พิจารณารูป



หาพิกัดจุด P

$$\text{แทน } x = 2; \quad 2(2) - y + k - 1 = 0$$

$$3 - y + k = 0$$

$$y = k + 3$$

ดังนั้น จุด P คือ $(2, k + 3)$

จากนิยามของพาราโบลา จะได้

$$\begin{aligned} \text{ระยะทางระหว่างจุด F และ P} &= \text{ระยะทางจากจุด P ถึงเส้นไดเรกทริกซ์} \\ &= k + 3 - k \\ &= 3 \text{ หน่วย} \end{aligned}$$



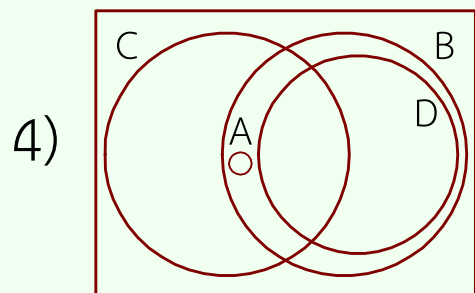
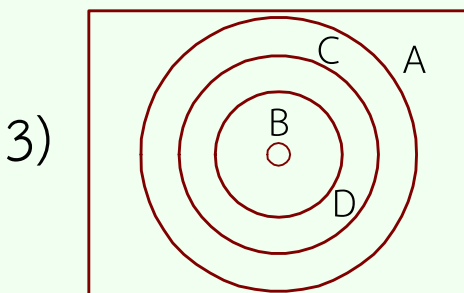
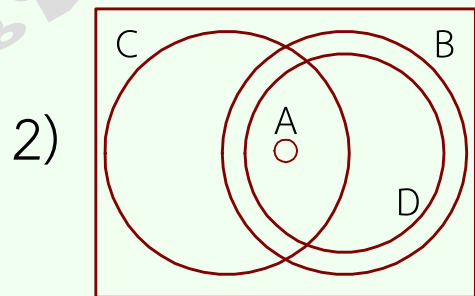
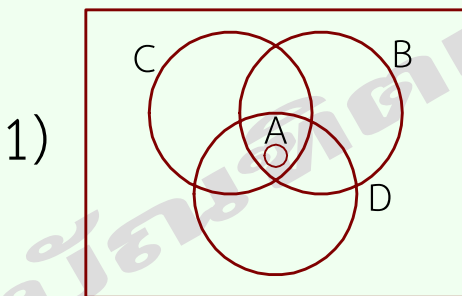
ชุดที่ 24 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 24) จำนวน 5 ข้อ
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. จากข้อมูลที่กำหนดให้

1. $D \subset B$
2. มี C บางตัวที่อยู่ใน B
3. มี D บางตัวที่อยู่ใน C
4. $A \subset D$, $A \subset B$ และ $A \subset C$

สามารถเขียนแผนภาพได้ตรงกับข้อใด



2. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง จำนวน 20 คน มีการแจกแจงปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 10 คะแนน และคะแนน ณ ตำแหน่งควอร์ไทล์ที่ 1 เท่ากับ 7.5 คะแนน สัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์เท่ากับ 25% ถ้าผลบวกของค่ามาตรฐาน 17 คน ซึ่งไม่รวม นาย ก, นาย ข และ นาย ค มีค่าเท่ากับ -3 และคะแนนสอบของนาย ก, นาย ข และนาย ค เป็นดังนี้
- นาย ก สอบได้คะแนนเท่ากับมัธยฐานของนักเรียนกลุ่มนี้
 - นาย ข สอบได้คะแนนตรงกับตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75
 - นาย ค สอบได้คะแนนมากกว่า นาย ข 4 คะแนน
- ความแปรปรวนของคะแนนสอบของนักเรียนทั้ง 20 คน มีค่าเท่าใด
- | | |
|-------|-------|
| 1) 3 | 2) 9 |
| 3) 16 | 4) 20 |

3. บริษัทแห่งหนึ่งต้องการสร้างโรงภาพยนตร์ เขาจึงทำการวิจัยและศึกษาพบว่ากำไรต่อวันของโรงภาพยนตร์ (y) เกี่ยวข้องกับจำนวนคนที่เดินผ่านหน้าโรงภาพยนตร์ (x) ประกอบกับค่าใช้จ่ายในการประกอบการต่างๆ เป็นฟังก์ชันดังนี้ $y = -\frac{400}{9800}(x - 2800)^2 + 4900$ จงหาว่าจะต้องมีคนเดินผ่านโรงภาพยนตร์กี่คน จึงจะได้กำไรสูงสุดและได้กำไรเท่าใด

- 1) มีคนเดินผ่าน 4900 คน และได้กำไร 2800 บาท
- 2) มีคนเดินผ่าน 9800 คน และได้กำไร 400 บาท
- 3) มีคนเดินผ่าน 400 คน และได้กำไร 9800 บาท
- 4) มีคนเดินผ่าน 2800 คน และได้กำไร 4900 บาท

4. ครอบครัวหนึ่งวางแผนที่จะมีบุตร 4 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ได้บุตรชาย 2 คน และหญิง 2 คน

1) $\frac{5}{8}$

2) $\frac{3}{8}$

3) $\frac{5}{16}$

4) $\frac{7}{16}$

5. ให้ S_n เป็นอนุกรมเรขาคณิตสำหรับ n พจน์แรก ถ้า $a_1 = 1$ และ $S_4 = 40$ แล้ว $\frac{1}{82}S_8$ เท่ากับข้อใด

1) 38

2) 39

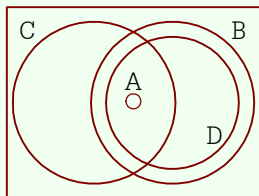
3) 40

4) 41

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 24) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2)



2. เฉลย 2) 9

โจทย์กำหนดให้ $\mu = 10$, $Q_1 = 7.5$ และสัมประสิทธิ์ $Q.D = 25\%$

$$\text{จาก} \quad \text{สัมประสิทธิ์ } Q.D = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1}$$

$$\text{จะได้} \quad 0.25 = \frac{Q_3 - 7.5}{Q_3 + 7.5}$$

$$Q_3 = 12.5 \quad \dots(1)$$

เนื่องจากผลรวมของค่ามาตรฐาน 17 คน ซึ่งไม่รวมนาย ก, นาย ข และ นาย ค มีค่าเท่ากับ -3 และ

$$\sum z_i = 0 \text{ ดังนั้น } z_k + z_x + z_c = 3$$

เนื่องจากข้อมูลมีการแจกแจงปกติ

$$\text{และนาย ก สอบได้คะแนนเท่ากับมัธยฐาน} \quad \therefore x_k = \text{med} = \bar{x} = 10$$

$$\text{นาย ข สอบได้คะแนนตรงกับ } P_{75} = Q_3 \quad \therefore x_x = 12.5$$

$$\text{นาย ค สอบได้คะแนนมากกว่านาย ข 4 คะแนน} \quad \therefore x_c = 16.5$$

$$\text{จาก} \quad z_k + z_x + z_c = 3$$

$$\text{แทนค่า} \quad \frac{10 - 10}{\sigma} + \frac{12.5 - 10}{\sigma} + \frac{16.5 - 10}{\sigma} = 3$$

$$0 + \frac{2.5 + 6.5}{\sigma} = 3$$

$$\sigma = \frac{9}{3} = 3$$

$$\therefore \text{ความแปรปรวนของคะแนนสอบ} = 3^2 = 9$$

3. เฉลย 4) มีคนเดินผ่าน 2800 คน และได้กำไร 4900 บาท

$$\text{พิจารณา} \quad y = -\frac{400}{9800}(x - 2800)^2 + 4900$$

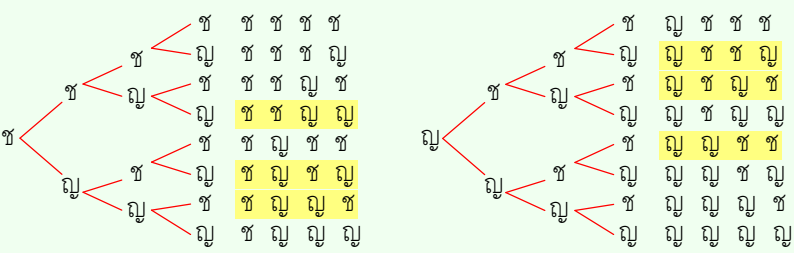
$$\text{เนื่องจาก} \quad (x - 2800)^2 \geq 0$$

$$\text{ดังนั้น ค่า } y \text{ จะมากที่สุดเมื่อ } -\frac{400}{9800}(x - 2800)^2 = 0$$

$$\text{นั่นคือ } x = 2800 \text{ จึงทำให้ } y = 4900$$

4. เฉลย 2) $\frac{3}{8}$

สร้างแผนภาพต้นไม้แสดงเพศชาย (ช) หรือหญิง (ญ) ของบุตรทั้ง 4 คน ดังนี้



เหตุการณ์ที่ได้บุตรชาย 2 คน และหญิง 2 คน มี 6 เหตุการณ์
จากเหตุการณ์ทั้งหมด คือ 16 เหตุการณ์
∴ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าว คือ $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

5. เฉลย 3) 40

จาก
$$S_n = \frac{a_1(r^n - 1)}{r - 1}$$

ดังนั้น
$$S_4 = \frac{a_1(r^4 - 1)}{r - 1}$$

$$40 = \frac{r^4 - 1}{r - 1}$$
$$= r^3 + r^2 + r + 1$$
$$\therefore r^3 + r^2 + r - 39 = 0$$
$$(r - 3)(r^2 + 4r + 13) = 0$$
$$\therefore r = 3 \quad [\because r^2 + 4r + 13 > 0 \text{ เสมอ}]$$
$$\therefore \frac{1}{82} S_8 = \frac{1}{82} (1) \frac{(3^8 - 1)}{3 - 1}$$
$$= \frac{1(3^4 + 1)(3^4 - 1)}{(82)(2)}$$
$$= \frac{82(80)}{82(2)} = 40$$



ชุดที่ 23 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 23) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้ $\vec{u}$, $\vec{v}$ และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์
หนึ่งหน่วย ถ้า $\vec{u} + 2\vec{v} + 3\vec{w} = \vec{0}$ แล้ว
 $\vec{u} \cdot \vec{w}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $-\frac{7}{3}$

2) -1

3) 1

4) $\frac{7}{3}$

2. พาราโบลา $y = -x^2 + 10x - 35$ มี P เป็นจุด
วกกลับ และ O เป็นจุดกำเนิด แล้วความชันของ
เส้นตรง PO เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) -1

2) -2

3) -3

4) -4

3. กำหนดให้ $W = \{f|f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ และ } f(1) = f(7)\}$
และ $h, g \in W$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $2h + 3g \in W$

ข. $hog \in W$

ข้อใดต่อไปนี้ **ถูกต้อง**

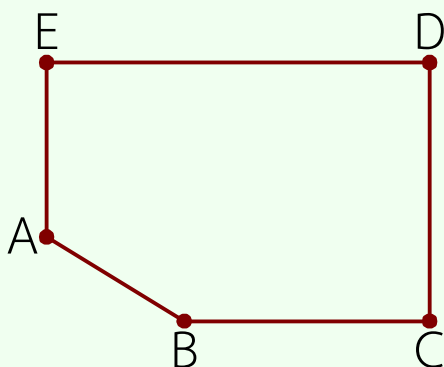
1) ก. และ ข. ถูก

2) ก. ถูก และ ข. ผิด

3) ก. ผิด และ ข. ถูก

4) ก. และ ข. ผิด

4.



เลือกจุด P โดยสุ่มจากจุดภายในรูปห้าเหลี่ยม
ที่มีจุดยอด $A(0, 2)$, $B(4, 0)$, $C(2\pi + 1, 0)$,
 $D(2\pi + 1, 4)$ และ $E(0, 4)$ จงหาความน่าจะเป็น
ที่ $\angle APB$ เป็นมุมป้าน

1) $\frac{1}{5}$

2) $\frac{1}{4}$

3) $\frac{5}{16}$

4) $\frac{3}{8}$

5. สามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ซึ่ง $\sin B = 0.6$ จะมีค่าของ $2 \tan B + 3 \sec B$ เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{21}{4}$

2) $\frac{20}{4}$

3) $\frac{4}{21}$

4) $\frac{4}{20}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 23) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) -1

$$\begin{aligned}\text{จาก} \quad \bar{u} + 2\bar{v} + 3\bar{w} &= 0 \\ \text{จะได้} \quad \bar{u} + 3\bar{w} &= -2\bar{v} \\ |\bar{u} + 3\bar{w}|^2 &= |-2\bar{v}|^2 \\ |\bar{u}|^2 + 2 \cdot \bar{u} \cdot 3\bar{w} + 9|\bar{w}|^2 &= 4|\bar{v}|^2 \\ 1 + 6 \cdot \bar{u} \cdot \bar{w} + 9(1) &= 4(1) \\ (\because \bar{u}, \bar{v} \text{ และ } \bar{w} \text{ เป็นเวกเตอร์ 1 หน่วย}) \\ 6 \cdot \bar{u} \cdot \bar{w} &= -6 \\ \therefore \bar{u} \cdot \bar{w} &= -1\end{aligned}$$

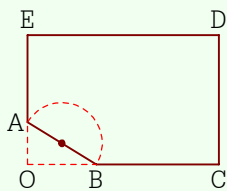
2. เฉลย 2) -2

$$\begin{aligned}\text{พิจารณาพาราโบลา} \quad y &= -x^2 + 10x - 35 \\ \text{จุดวกกลับมีพิกัด } x \text{ คือ} \quad x &= \frac{-b}{2a} = \frac{-10}{2(-1)} = 5 \\ \text{จุดวกกลับมีพิกัด } y \text{ คือ} \quad y &= -(5)^2 + 10(5) - 35 \\ &= -25 + 50 - 35 = -10 \\ \text{ดังนั้น จุดวกกลับ คือ } P(5, -10) \text{ เมื่อ } O(0, 0) \text{ เป็นจุดกำเนิด} \\ \text{จะได้ว่าความชันของเส้นตรง } PO &= \frac{-10-0}{5-0} = \frac{-10}{5} = -2\end{aligned}$$

3. เฉลย 1) ก. และ ข. ถูก

$$\begin{aligned}\text{ก. ถูก เพราะ } 2h + 3g &\text{ เป็นฟังก์ชันจาก } R \text{ ไป } R \text{ และ} \\ (2h + 3g)(1) &= 2h(1) + 3g(1) \\ &= 2h(7) + 3g(7) \quad (\because h(1) = h(7) \text{ และ } g(1) = g(7)) \\ &= (2h + 3g)(7) \\ \therefore 2h + 3g &\in W \\ \text{ข. ถูก เพราะ } hog &\text{ เป็นฟังก์ชันจาก } R \text{ ไป } R \text{ และ} \\ (hog)(1) &= h(g(1)) \\ &= h(g(7)) \\ &= (hog)(7) \\ \therefore hog &\in W\end{aligned}$$

4. เฉลย 3) $\frac{5}{16}$



เนื่องจาก $\angle APB = 90^\circ$ ก็ต่อเมื่อ P อยู่บนครึ่งวงกลมที่มีจุดศูนย์กลาง (2, 1) และรัศมี $\sqrt{5}$ หน่วย และ $\angle APB$ เป็นมุมป้านก็ต่อเมื่อจุด P อยู่ภายในครึ่งวงกลมนี้ ครึ่งวงกลมทั้งรูปอยู่ภายในรูปห้าเหลี่ยม (เนื่องจากระยะทาง 3 หน่วยจาก (2, 1) ถึง DE มากกว่ารัศมีของวงกลม) ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ $\angle APB$ จะเป็นมุมป้านเท่ากับอัตราส่วนของพื้นที่ของครึ่งวงกลมต่อพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยม

ให้ $O = (0, 0)$ จะได้ว่าพื้นที่ของรูปห้าเหลี่ยม ABCDE

$$\begin{aligned} &= \text{พื้นที่ } \square OCDE - \text{พื้นที่ } \triangle OAB \\ &= 4 \cdot (2\pi + 1) - \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 4) \\ &= 8\pi \end{aligned}$$

พื้นที่ของรูปครึ่งวงกลมเท่ากับ $\frac{1}{2} \pi (\sqrt{5})^2 = \frac{5}{2} \pi$; (รัศมีของวงกลม = $\frac{AB}{2}$)

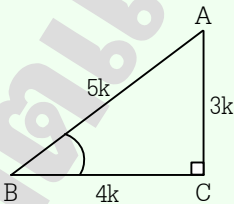
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ต้องการหา คือ $\frac{\frac{5}{2} \pi}{8\pi} = \frac{5}{16}$

5. เฉลย 1) $\frac{21}{4}$

จาก $\sin B = 0.6 = \frac{3}{5} = \frac{3k}{5k}$ เมื่อ $k =$ ค่าคงตัว

สร้างสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC ที่มี $AC = 3k$ หน่วย, $AB = 5k$ หน่วย และ $\angle C$ เป็นมุมฉาก

จะได้ $BC = \sqrt{(5k)^2 - (3k)^2} = 4k$ หน่วย (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)



$\therefore$ ค่าของ $2 \tan B + 3 \sec B = 2\left(\frac{3}{4}\right) + 3\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{6+15}{4} = \frac{21}{4}$



ชุดที่ 22 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 22) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนด $\text{cis } \theta = \cos \theta + i \sin \theta$ ค่าของ $(\text{cis } \theta)(\text{cis } (-2\theta))(\text{cis } 3\theta)(\text{cis } (-4\theta)) \dots (\text{cis } 99\theta)(\text{cis } (-100\theta))$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) $\text{cis } (-50\theta)$
- 2) $\text{cis } (50\theta)$
- 3) $\text{cis } (-200\theta)$
- 4) $\text{cis } (200\theta)$

2. ในการสุ่มเลือกจำนวนนับจาก 1-50 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนเฉพาะ

- 1) $\frac{13}{50}$
- 2) $\frac{14}{50}$
- 3) $\frac{15}{50}$
- 4) $\frac{16}{50}$

3. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 11 ตัว เรียงจากน้อยไปมาก
ได้ดังนี้ 22, 23, 24, 25, 26, 26, 27, 27, 27,
28, 30 แล้ว $Q_3 - Q_1$ เท่ากับข้อใด

1) 2

2) 3

3) 5

4) 6

4. ผลลัพธ์ของ $\frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}}}} \cdot (3)^{\frac{1}{8}}}{\sqrt{3}} + \frac{3 \cdot (3)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{3}}$

เท่ากับข้อใด

1) $2\sqrt[4]{3}$

2) $2\sqrt[16]{3}$

3) $2\sqrt[8]{3}$

4) $\frac{4}{\sqrt[4]{3}}$

5. กำหนด f เป็นฟังก์ชันลดสำหรับทุก $x \in D_f$
พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า g เป็นฟังก์ชันลด ซึ่ง $D_g = D_f$ แล้ว $f + g$
เป็นฟังก์ชันลด

ข. ถ้า g เป็นฟังก์ชันคงที่ ซึ่ง $D_g = D_f$ และ
 $g(x) \geq 0$ ทุก $x \in D_g$ แล้ว f_g เป็นฟังก์ชันลด

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ถูกเฉพาะข้อ ก.

2) ถูกเฉพาะข้อ ข.

3) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 22) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) $\text{cis } (-50\theta)$

$$\text{กำหนด } z = \cos \theta + i \sin \theta \therefore \bar{z} = \cos \theta - i \sin \theta = \text{cis } (-\theta)$$

$$\text{สังเกต } \text{cis } \theta = z \text{ และ } \text{cis } (-2\theta) = \cos (-2\theta) + i \sin (-2\theta) = \cos 2\theta - i \sin 2\theta = \bar{z}^2$$

$$\therefore (\text{cis } \theta)(\text{cis } (-2\theta)) \dots (\text{cis } 99\theta)(\text{cis } (-100\theta))$$

$$= z \cdot \bar{z}^2 \cdot z^3 \cdot \bar{z}^4 \cdot \dots \cdot z^{99} \cdot \bar{z}^{100}$$

$$= z^{(1+3+\dots+99)} \bar{z}^{(2+4+6+\dots+100)}$$

$$= z^{2500} \bar{z}^{2550}$$

$$= (z^{2500} \bar{z}^{2500}) \bar{z}^{50}$$

$$= (|z|^2)^{2500} \bar{z}^{50}$$

$$\therefore |z| = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\therefore (|z|^2)^{2500} \bar{z}^{50} = \bar{z}^{50}$$

$$= \text{cis } (-50\theta)$$

2. เฉลย 3) $\frac{15}{50}$

จำนวนนับตั้งแต่ 1-50 มีจำนวนเฉพาะ 15 จำนวน คือ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 และ 47

$\therefore$ ความน่าจะเป็นที่สุ่มเลือกจำนวนนับ 1 จำนวนจาก 1-50 แล้วได้จำนวนเฉพาะ คือ $\frac{15}{50}$

3. เฉลย 2) 3

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_1 = \frac{N+1}{4} = \frac{11+1}{4} = 3$$

$$Q_1 = \text{ข้อมูลในตำแหน่งที่ 3 คือ 24}$$

$$\text{ตำแหน่งของ } Q_3 = \frac{3(N+1)}{4} = \frac{3(11+1)}{4} = 9$$

$$Q_3 = \text{ข้อมูลในตำแหน่งที่ 9 คือ 27}$$

$$\therefore Q_3 - Q_1 = 27 - 24 = 3$$

4. เฉลย 4) $\frac{4}{\sqrt[4]{3}}$

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}} \cdot (3)^{\frac{1}{8}}}}{\sqrt{3}} + \frac{3 \cdot (3)^{\frac{1}{4}}}{\sqrt{3}} \\ &= \left(\left(\left(\left((3^4)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{8}} \cdot 3^{-\frac{1}{2}} + 3 \cdot (3)^{\frac{1}{4}} \cdot (3)^{-\frac{1}{2}} \right) \\ &= 3^{\frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{2}} + 3^{1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}} \\ &= 3^{\frac{1+1-4}{8}} + 3^{\frac{4+1-2}{4}} \\ &= 3^{-\frac{1}{4}} + 3^{\frac{3}{4}} \\ &= 3^{-\frac{1}{4}} \left(1 + 3^{\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{4}\right)} \right) \\ &= 3^{-\frac{1}{4}} (1 + 3) \\ &= \frac{4}{\sqrt[4]{3}} \end{aligned}$$

5. เฉลย 1) ถูกเฉพาะข้อ ก.

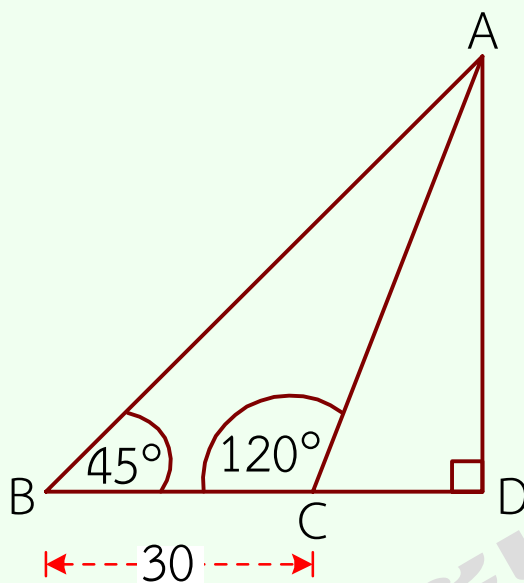
ให้ f, g เป็นฟังก์ชัน และ $x_1, x_2 \in D_f$ ซึ่ง $x_1 < x_2$
 $\therefore (f + g)(x_1) = f(x_1) + g(x_1) > f(x_2) + g(x_2) = (f + g)(x_2)$
 ดังนั้น ก. ถูก
 ข. ผิด เพราะถ้า $g(x) = 0$ ทุก $x \in D_g$ แล้ว $fg = 0$ ซึ่งเป็นฟังก์ชันคงที่



ชุดที่ 21 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 21) จำนวน 5 ข้อ
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1.



จากรูปกำหนดให้ $\angle ABC = 45^\circ$ และ $\angle ACB = 120^\circ$ ด้าน BC ยาว 30 หน่วย ด้าน AD ตั้งฉากกับ BD ข้อใดต่อไปนี้เป็นความยาวของด้าน AD

- 1) $15(1 + \sqrt{3})$ หน่วย
- 2) $15(3 + \sqrt{3})$ หน่วย
- 3) $15(3 - \sqrt{3})$ หน่วย
- 4) $15(1 - \sqrt{3})$ หน่วย

2. ให้ A , B และ C เป็นเซตใดๆ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับจำนวน
สับเซตที่เป็นไปได้ทั้งหมดของเซต A

ข. $A - (B - C)' = A - C - B'$

ข้อใดถูกต้อง

- 1) ข้อ ก. เท่านั้นที่ถูกต้อง
- 2) ข้อ ข. เท่านั้นที่ถูกต้อง
- 3) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.
- 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

3. กำหนดตารางแจกแจงความถี่ของคะแนนสอบ
วิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ดังนี้

คะแนน	ความถี่
11-14	a
15-18	2
19-22	3
23-26	6
27-30	4

ถ้าเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 (P_{25}) เท่ากับ 14.5
คะแนน แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบ
ของนักเรียนกลุ่มนี้อยู่ในช่วงใด

- 1) (18, 19]
- 2) (19, 20]
- 3) (20, 21]
- 4) (21, 22]

4. นำเชือกยาว L มาตัดเป็น 2 ส่วน ส่วนที่หนึ่งนำมาขดเป็นรูปครึ่งวงกลม ส่วนที่สองนำมาขดเป็นรูปครึ่งของครึ่งวงกลม ถ้าพื้นที่ของทั้งสองรูปรวมกันมีค่าน้อยที่สุด แล้วเชือกส่วนที่หนึ่งยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้ (กำหนด $\pi = 3$)

1) $\frac{2}{3}L$

2) $\frac{1}{3}L$

3) $\frac{25}{74}L$

4) $\frac{50}{99}L$

5. ถ้า $4 \cdot 2^{x^2} = \left(\frac{1}{8}\right)^{-x}$ แล้วผลรวมของค่า x ทุกค่าที่เป็นไปได้เท่ากับข้อใด

1) $\frac{3}{2}$

2) 3

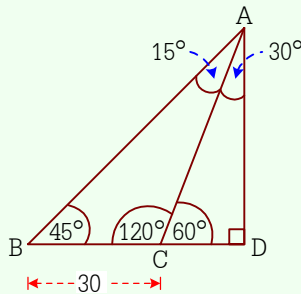
3) $-\frac{3}{2}$

4) -3

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 21) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) $15(3 + \sqrt{3})$ หน่วย



$$\begin{array}{ll} \triangle ABD ; & \tan 45^\circ = \frac{AD}{30 + CD} \\ \text{จะได้} & CD = AD - 30 \end{array} \quad \dots(1)$$

$$\begin{array}{ll} \triangle ACD ; & \tan 60^\circ = \frac{AD}{CD} \\ \text{จะได้} & CD = \frac{AD}{\sqrt{3}} \end{array} \quad \dots(2)$$

$$\text{เนื่องจาก (1) = (2) ดังนั้น} \quad AD - 30 = \frac{AD}{\sqrt{3}}$$

$$\begin{array}{ll} \text{นำ } \sqrt{3} \text{ คูณตลอด} & \sqrt{3} AD - 30\sqrt{3} = AD \\ & (\sqrt{3} - 1)AD = 30\sqrt{3} \end{array}$$

$$AD = \frac{30\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} \cdot \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$AD = \frac{90 + 30\sqrt{3}}{2}$$

$$AD = 45 + 15\sqrt{3}$$

$$\text{สรุปได้ว่า} \quad AD = 15(3 + \sqrt{3}) \text{ หน่วย}$$

2. เฉลย 3) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

ข้อความ ก. ที่กล่าวว่า จำนวนสมาชิกของ $P(A)$ เท่ากับจำนวนสับเซตที่เป็นไปได้ของเซต A นั้นเป็นไปตามนิยามของจำนวนสมาชิกของ $P(A)$ อยู่แล้ว จึงเป็นจริง

$$\begin{aligned} \text{ข้อความ ข.} \quad A - (B - C)' &= A \cap (B \cap C') \\ &= A \cap B \cap C' \\ &= (A \cap C') \cap B \\ &= (A - C) \cap B \\ &= A - C - B' \text{ จึงเป็นจริง} \end{aligned}$$

3. เฉลย 3) (20, 21]

จาก $P_r = L + I \frac{\left(\frac{N_r}{100} - \sum f_L \right)}{f_{P_r}}$ และ $P_{25} = 14.5$

จะได้ $14.5 = 10.5 + \frac{4}{a} \left((15 + a) \cdot \frac{25}{100} - 0 \right)$

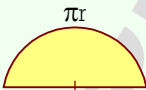
$$4 = \frac{15 + a}{a}$$
$$4a = 15 + a$$
$$a = 5$$

พิจารณา $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} f_i x_i}{20}$

$$= \frac{5(12.5) + 2(16.5) + 3(20.5) + 6(24.5) + 4(28.5)}{20}$$
$$= 20.9$$

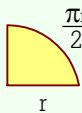
4. เฉลย 4) $\frac{50}{99} L$

ให้เชือกส่วนที่ 1 ยาว x และส่วนที่ 2 ยาว $L - x$

ส่วนที่ 1 นำมาขดเป็นรูปครึ่งวงกลม  $\therefore 2r + \pi r = x$

จะได้ $r = \frac{x}{2 + \pi}$

$\therefore$ ส่วนที่ 1 มีพื้นที่ $\frac{\pi \left(\frac{x}{2 + \pi} \right)^2}{2} = \frac{3}{50} x^2$ (แทน $\pi = 3$)

ส่วนที่ 2 นำมาขดเป็นรูปครึ่งวงกลม  $\therefore \frac{\pi r}{2} + 2r = L - x$

จะได้ $r = \frac{L - x}{\frac{\pi}{2} + 2} = \frac{2(L - x)}{\pi + 4}$

$\therefore$ ส่วนที่ 2 มีพื้นที่ $\frac{\pi \left(\frac{2(L - x)}{\pi + 4} \right)^2}{4} = \frac{3}{49} (L - x)^2$ (แทน $\pi = 3$)

ให้ $A(x) = \frac{3}{50} x^2 + \frac{3}{49} (L - x)^2$

$\therefore A'(x) = \frac{6}{50} x + \frac{6(x - L)}{49}$

เมื่อ $A'(x) = 0$; จะได้

$$\frac{x}{50} + \frac{x}{49} = \frac{L}{49}$$

$$49x + 50x = 50L$$

$$x = \frac{50}{99} L$$

5. เฉลย 2) 3

จาก

$$4 \cdot 2^{x^2} = \left(\frac{1}{8}\right)^{-x}$$

$$2^2 \cdot 2^{x^2} = (2^{-3})^{-x}$$

$$2^{x^2+2} = 2^{3x}$$

$$\therefore x^2 + 2 = 3x$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 1)(x - 2) = 0$$

$$x = 1, 2$$

$\therefore$ ผลรวมทุกค่า x ที่เป็นไปได้ คือ $1 + 2 = 3$



บัณฑิตแนะนํ

ชุดที่ 20 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 20) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ผลลัพธ์ของ $\left(\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{90}} - \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{24}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}} \right)^2$ มีค่า

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{15}$

2) $1\frac{7}{15}$

3) $\frac{1}{30}$

4) $2\frac{13}{30}$

2. พิจารณาข้อมูลที่กำหนดให้ต่อไปนี้ 3, 5, 8, 7, 9, 6, 11, 13, 1, 2 จงหาว่า P_{75} มีค่าตรงกับข้อใด

1) 9.25

2) 9.5

3) 9.75

4) 10

3. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่งมีเส้นทแยงมุมยาว 10 เซนติเมตร และมีเส้นรอบรูปยาว 28 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้

1) 72 ตารางเซนติเมตร

2) 64 ตารางเซนติเมตร

3) 56 ตารางเซนติเมตร

4) 48 ตารางเซนติเมตร

4. ให้ $A_1A_2A_3 A_4A_5A_6A_7A_8A_9$ เป็นรูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่แตกต่างกันในระนาบเดียวกับรูปเก้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าทั้งหมดกี่รูปที่มีจุดยอดอย่างน้อย 2 จุดในเซต $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9\}$

1) 33

2) 36

3) 66

4) 72

5. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. คำตอบของสมการ $5^x - 5^{x-2} = 120\sqrt{5}$ อยู่ในช่วง $(2.5, 3.5)$

ข. ถ้า $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$ แล้ว $f^{-1}(2)$ อยู่ในช่วง $(3.5, 4.5)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ก. และ ข. ถูก

2) ก. ถูก และ ข. ผิด

3) ก. ผิด และ ข. ถูก

4) ก. และ ข. ผิด

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 20) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) $\frac{1}{30}$

$$\begin{aligned}\left(\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{90}} - \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{24}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\right)^2 &= \left(\frac{3\sqrt{3}}{3\sqrt{10}} - \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\right)^2 \\&= \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right)^2 \\&= \frac{12}{10} - 2\left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{10}}\right)\left(\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}\right) + \frac{5}{6} \\&= \frac{6}{5} + \frac{5}{6} - 2 \\&= \frac{36 + 25 - 60}{30} \\&= \frac{1}{30}\end{aligned}$$

2. เฉลย 2) 9.5

นำข้อมูลมาเรียงลำดับจากค่าน้อยไปมาก จะได้ว่า 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 13

จาก ตำแหน่งของ $P_r = \frac{r(N+1)}{100}$; $r = 75$, $N = 10$

จะได้ ตำแหน่งของ $P_{75} = \frac{75(10+1)}{100}$
 $= \frac{75(11)}{100}$
 $= 8.25$

$\therefore$ ตำแหน่งที่ 8 คือ 9 และตำแหน่งที่ 9 คือ 11

สมมติค่า P_{75} ที่ตำแหน่ง 8.25 ให้เป็น x จะได้ว่า

$$\frac{11-9}{x-9} = \frac{9-8}{8.25-8}$$

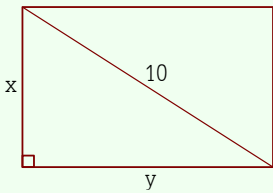
$$\frac{2}{x-9} = \frac{1}{0.25}$$

$$0.5 = x - 9$$

$$x = 9.5$$

3. เฉลย 4) 48 ตารางเซนติเมตร

เขียนรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า โดยให้ x เป็นด้านกว้าง และ y เป็นด้านยาว



เขียนสมการ จากเส้นรอบรูปมีค่า 28 เซนติเมตร

$$\begin{aligned} 2x + 2y &= 28 \\ x + y &= 14 \end{aligned} \quad \dots(1)$$

และจากทฤษฎีบทพีทาโกรัสจะได้ว่า

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 10^2 \\ x^2 + y^2 &= 100 \end{aligned} \quad \dots(2)$$

จาก (1) ; $x + y = 14$ จะได้ว่า $x = 14 - y$; นำไปแทนใน (2) จะได้ว่า

$$\begin{aligned} (14 - y)^2 + y^2 &= 100 \\ 196 - 28y + y^2 + y^2 &= 100 \\ 2y^2 - 28y + 96 &= 0 \\ y^2 - 14y + 48 &= 0 \\ (y - 6)(y - 8) &= 0 \\ y &= 6, 8 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{นำ } y \text{ ทั้ง 2 ค่าแทนใน (1) ;} & \\ \hline x + 6 = 14 & x + 8 = 14 \\ x = 8 & x = 6 \end{array}$$

$\therefore$ x เป็นด้านกว้าง และ y เป็นด้านยาว x จึงมีค่าเป็น 6 และ y มีค่าเป็น 8

$\therefore$ พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้านี้ คือ $6 \times 8 = 48$ ตารางเซนติเมตร

4. เฉลย 3) 66

เลือกจุด 2 จุดจากเซต $\{A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9\}$ ได้ $\binom{9}{2} = 36$ คู่

แต่ละคู่สร้างรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่ต้องการได้ 2 รูปรวมเป็น 72 รูป

แต่รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า $A_1A_4A_7$, $A_2A_5A_8$ และ $A_3A_6A_9$ แต่ละรูปถูกนับ 3 ครั้ง (ในรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า 72 รูปที่นับได้ นับเกินไป 6 รูป) ดังนั้นมีรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่ต้องการ $72 - 6 = 66$ รูป

5. เฉลย 3) ก. ผิด และ ข. ถูก

ก. ผิด เพราะว่า

$$5^x - 5^{x-2} = 120\sqrt{5}$$
$$5^{x-2}(5^2 - 1) = 120\sqrt{5}$$
$$5^{x-2} = 5\sqrt{5}$$
$$= 5^{3/2}$$
$$x - 2 = \frac{3}{2}$$
$$x = 3.5 \text{ ซึ่งไม่อยู่ในช่วง } (2.5, 3.5)$$

ข. ถูก เพราะว่าให้
จะได้

$$x = f^{-1}(2)$$
$$2 = f(x)$$
$$= \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$$
$$2\sqrt{x} - 2 = \sqrt{x}$$
$$\sqrt{x} = 2$$
$$x = f^{-1}(2) = 4 \text{ ซึ่งอยู่ในช่วง } (3.5, 4.5)$$



บัณฑิตมหาวิทยาลัยราชภัฏวชิรราช

ชุดที่ 19 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 19) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. จากแผนภาพต้น-ใบ แทนน้ำหนักของนักเรียนที่สมัครเป็นนักกีฬาฟุตบอล โดยมีข้อกำหนดว่านักเรียนที่น้ำหนัก**ไม่ต่ำกว่า** 45 กิโลกรัม และหนัก**ไม่เกิน** 100 กิโลกรัม ถึงจะมีสิทธิ์สมัครเป็นนักกีฬาฟุตบอลได้

4	8	3	1	5					
5	9	0	4	3	3	6	6		
6	9	9	6						
7	1	1	2	3	6	5			
8	7	5							
9	9	0	7	4	3				
10	0	7	9						

จงใช้แผนภาพต้น-ใบ พิจารณาว่าข้อความใด**ไม่ถูกต้อง**

- 1) มีนักเรียนที่ไม่เป็นไปตามเกณฑ์จำนวน 4 คน
- 2) ฐานนิยมของข้อมูลในช่วงน้ำหนัก 0-60 กิโลกรัม มีจำนวน 2 ค่า และในช่วงน้ำหนัก 90-99 กิโลกรัม ไม่มีฐานนิยม
- 3) ค่ามัธยฐานของข้อมูลในช่วงน้ำหนัก 50-60 กิโลกรัม มีค่าเป็น 53.5 กิโลกรัม
- 4) นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 80 กิโลกรัม มีจำนวนน้อยกว่า 35%

2. กำหนดให้ A เป็นเมตริกซ์จัตุรัสมิติ 3×3 ซึ่ง $\det(2A^{-1}) = 4$ แล้ว $\det(A \operatorname{adj} A)$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 2

2) 4

3) 6

4) 8

3. จินตนาทอดลูกเต๋าแปดหน้าที่เที่ยงตรงลูกหนึ่ง ซึ่งเขียนหมายเลข 1 ถึง 8 หน้าละหมายเลข จากนั้นสมเดชทอดลูกเต๋าทหหน้าที่เที่ยงตรงลูกหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นพหุคูณของ 3

1) $\frac{1}{12}$

2) $\frac{1}{3}$

3) $\frac{1}{2}$

4) $\frac{7}{12}$

4. การสอบคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งมีผู้เข้าสอบทั้งหมด 400 คน นาย ก สอบได้ควอร์ไทล์ที่ 2.5 นาย ข สอบได้เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 62 และนาย ค สอบได้เดไซล์ที่ 6.1 ในสามคนนี้ใครสอบได้คะแนน **ดีที่สุด** และได้คะแนนสอบ**มากกว่า**ผู้สอบคนอื่นอยู่ทั้งหมดกี่คน

1) นาย ก ได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 250 คน

2) นาย ข ได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 248 คน

3) นาย ค ได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 244 คน

4) นาย ก, ข และ ค ได้คะแนนสอบเท่ากัน และได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 246 คน

5. จงเรียงลำดับจำนวน 256^{250} , 2401^{500} , 3125^{400} และ 9^{1000} จากค่า**มาก**ไป**น้อย**

1) $3125^{400} > 2401^{500} > 256^{250} > 9^{1000}$

2) $9^{1000} > 2401^{500} > 3125^{400} > 256^{250}$

3) $2401^{500} > 9^{1000} > 3125^{400} > 256^{250}$

4) $2401^{500} > 3125^{400} > 9^{1000} > 256^{250}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 19) จำนวน 5 ข้อ

1. **เฉลย 3)** ค่ามัธยฐานของข้อมูลในช่วงน้ำหนัก 50-60 กิโลกรัม มีค่าเป็น 53.5 กิโลกรัม
ค่ามัธยฐานของข้อมูลในช่วงน้ำหนัก 50-60 กิโลกรัม คิดได้เป็น 54 กิโลกรัม ดังนั้น 53.5 กิโลกรัม
ที่ตัวเลือก 3) ใช้ จึง **ไม่ถูกต้อง**

2. **เฉลย 4) 8**

$$\begin{aligned} \text{จาก} \quad A^{-1} &= \frac{1}{\det A} \text{adj}A \\ \text{จะได้} \quad (\det A)A^{-1} &= \text{adj}A \\ (\det A)AA^{-1} &= A\text{adj}A \\ (\det A)I &= A\text{adj}A \\ \det((\det A)I) &= \det(A\text{adj}A) \\ (\det A)^3(\det I) &= \det(A\text{adj}A) \quad \dots(*) \\ \text{จาก } \det(2A^{-1}) = 4 \text{ จะได้ } 2^3 \det(A^{-1}) &= 4 \\ 8 \cdot \frac{1}{\det A} &= 4 \\ \therefore \det A &= 2 \\ \text{แทน } \det A = 2 \text{ ใน } (*) \\ \text{จะได้} \quad \det(A\text{adj}A) &= (\det A)^3 \cdot \det I \\ &= 2^3 \cdot 1 = 8 \end{aligned}$$

3. **เฉลย 3) $\frac{1}{2}$**

ผลคูณของแต้มที่ได้จะเป็นพหุคูณของ 3 ก็ต่อเมื่อลูกเต๋าย่างน้อยหนึ่งลูกหงายหน้า 3 หรือหน้า 6
ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าของจินตนาจะหงายหน้า 3 หรือหน้า 6 เท่ากับ $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$
ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าของจินตนา **ไม่**หงายหน้า 3 หรือหน้า 6 แต่ลูกเต๋าสองลูกหงายหน้า 3 หรือ
หน้า 6 เท่ากับ $\frac{3}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$
ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ผลคูณของแต้มที่ได้เป็นพหุคูณของ 3 เท่ากับ $\frac{1}{3} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$

4. **เฉลย 1)** นาย ก ได้คะแนนสอบมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ 250 คน

$$\text{นาย ก สอบได้ } Q_{2.5} = P_{[2.5 \times 25]} = P_{62.5}$$

$$\text{นาย ข สอบได้ } P_{62}$$

$$\text{นาย ค สอบได้ } D_{6.1} = P_{61}$$

$$\text{ดังนั้น นาย ก สอบได้คะแนน} \text{ **ดีที่สุด** และมากกว่าผู้เข้าสอบคนอื่นอยู่ } \frac{62.5}{100} \times 400 = 250 \text{ คน}$$

ชุดที่ 18 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 18) จำนวน 5 ข้อ
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนจริง
ประพจน์ $\forall x \exists y [y^2 = -|x|]$ มีค่าความจริง
เป็นจริง
- 2) ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์ คือ $\{-1, 0, 1\}$
ประพจน์ $\exists x \forall y [x^2 + |y| = 1]$ มีค่าความ
จริงเป็นจริง
- 3) ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนเต็ม
นิเสธของ $\exists x [(x < 0) \Rightarrow (x^2 > x^3)]$ คือ
 $\forall x [(x < 0) \wedge (x^2 \leq x^3)]$
- 4) ถ้าเอกภาพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนจริง
นิเสธของ $\exists x \forall y [(x < 0) \wedge (x < y)]$ คือ
 $\forall x \exists y [(x \geq 0) \Rightarrow (x < y)]$

2. จงหาเซตของจำนวนจริง k ที่ทำให้สมการ $4y^2 - ky + 9 = 0$ มีรากที่**ไม่เป็น**จำนวนจริง
- 1) $[-12, 12]$
 - 2) $(-12, 12)$
 - 3) $(-\infty, -12) \cup (12, \infty)$
 - 4) $(-\infty, -12] \cup [12, \infty)$
3. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 5, 1, 3, 2, 4, 7, 9, 4, 1, 8, 3, 2, 3, 2, 4, 3, 9, 5, 6 ข้อใดต่อไปนี้เป็น**ถูกต้อง**
- 1) ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายแบบโค้งปกติ และมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 4.26
 - 2) ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายแบบเบ้ขวา และมีฐานนิยมเท่ากับ 3
 - 3) ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายแบบเบ้ซ้าย และมีมัธยฐานเท่ากับ 4
 - 4) ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายแบบสมมาตร และมีค่ากึ่งกลางพิสัยเท่ากับ 5

4. ลำดับเรขาคณิตในข้อใดต่อไปนี้มีอัตราส่วนร่วมอยู่ในช่วง $(0.3, 0.5)$

1) $2, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \dots$

2) $3, \frac{5}{4}, \frac{25}{48}, \dots$

3) $4, 5, \frac{25}{4}, \dots$

4) $5, 3, \frac{9}{5}, \dots$

5. ถ้า $-4 \leq x \leq 4$ และ $8 \leq y \leq 16$ แล้วค่า

มากที่สุด ของ $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x + 11}{y + 22}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1) 0.3

2) 0.6

3) 0.9

4) 1.2

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 18) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) ถ้าเอกภพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนเต็ม

นิเสธของ $\exists x[(x < 0) \Rightarrow (x^2 > x^3)]$ คือ $\forall x[(x < 0) \wedge (x^2 \leq x^3)]$

1) เมื่อ $x = 5$ ไม่มีจำนวนจริง y ที่สอดคล้องกับสมการ $y^2 = -|x| = -5$

ดังนั้น $\forall x \exists y[y^2 = -|x|]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

2) ไม่มีจำนวนจริง x ซึ่ง $x^2 + |y| = 1$ เป็นจริง สำหรับ $y = -1, 0, 1$ ทุกค่า

ดังนั้น $\exists x \forall y[x^2 + |y| = 1]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

3) นิเสธของ $p \Rightarrow q$ คือ $p \wedge (\sim q)$

ดังนั้น นิเสธของ $\exists x[(x < 0) \Rightarrow (x^2 > x^3)]$ คือ $\forall x[(x < 0) \wedge (\sim(x^2 > x^3))]$ ซึ่งสมมูลกับ $\forall x[(x < 0) \wedge (x^2 \leq x^3)]$

4) นิเสธของ $\exists x \forall y[(x < 0) \wedge (x < y)]$ คือ $\forall x \exists y[(\sim(x < 0)) \vee (\sim(x < y))]$ ซึ่งสมมูลกับ $\forall x \exists y[(x < 0) \Rightarrow (x \geq y)]$ ตัวเลือก 4) จึงผิด

2. เฉลย 2) $(-12, 12)$

จาก $4y^2 - ky + 9 = 0$

ทำให้ $y = \frac{k \pm \sqrt{k^2 - 4(4)(9)}}{2(4)} = \frac{k \pm \sqrt{k^2 - 144}}{8}$

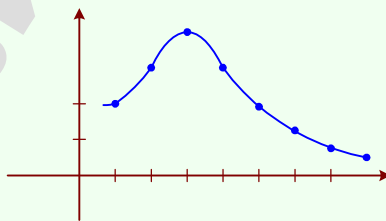
y ไม่เป็นจำนวนจริงเมื่อ $k^2 - 144 < 0$

$(k - 12)(k + 12) < 0$



ดังนั้น $k \in (-12, 12)$

3. เฉลย 2) ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายแบบเบ้ขวา และมีฐานนิยมเท่ากับ 3



พิจารณาการเรียงข้อมูล ดังนี้

1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 7, 8, 9, 9

ฐานนิยม = 3 มัธยฐาน = 4

จากข้อมูลดังกล่าว จะได้ว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $\frac{81}{19} = 4.26$

นั่นคือ ฐานนิยม < มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

แสดงว่า ข้อมูลชุดนี้มีการกระจายแบบเบ้ขวา และมีฐานนิยมเท่ากับ 3

4. เฉลย 2) $3, \frac{5}{4}, \frac{25}{48}, \dots$

พิจารณา

$$\begin{aligned} r &= \frac{a_2}{a_1} \\ &= \frac{5}{4 \times 3} \\ &= \frac{5}{12} \\ &= 0.41\bar{6} \in (0.3, 0.5) \end{aligned}$$

5. เฉลย 3) 0.9

พิจารณา $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x + 11}{y + 22}$

เนื่องจาก $-4 \leq x \leq 4$ ดังนั้น $\left(\frac{1}{2}\right)^x + 11$ จะมีค่ามากที่สุดเมื่อ $x = -4$

และจาก $8 \leq y \leq 16$ ดังนั้น $y + 2$ จะมีค่าน้อยที่สุดเมื่อ $y = 8$

นั่นคือ ค่ามากที่สุดของ $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x + 11}{y + 22} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} + 11}{8 + 22}$

$$\begin{aligned} &= \frac{16 + 11}{8 + 22} \\ &= \frac{27}{30} = 0.9 \end{aligned}$$



ชุดที่ 17 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 17) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ให้ $n(A) = 5$, $n(A \cup B) = 8$ ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว
จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B เท่ากับข้อใด
 - 1) 2^3
 - 2) 2^8
 - 3) 2^{13}
 - 4) 2^{15}
2. เซตในข้อใดมีเพียงสมบัติปิดการบวก หรือสมบัติ
ปิดการคูณอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น
 - 1) เซตของจำนวนเต็มคี่
 - 2) เซตของจำนวนเต็มคู่
 - 3) เซตของจำนวนนับ
 - 4) เซตของจำนวนเฉพาะ

3. จงหาระยะทางระหว่างจุด $(6, 13)$ กับจุดสูงสุด

ของ $y = -x(x - 6)$ บนระนาบ xy

1) 25 หน่วย

2) 10 หน่วย

3) 5 หน่วย

4) $\sqrt{5}$ หน่วย

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $\hat{B} = 90^\circ$
ถ้า $\cot A = \sqrt{3}$ แล้ว $\sin A + \sin C$ เท่ากับ
ข้อใด

1) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$

2) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$

3) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

4) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2}$

5. นายสมชายเปิดร้านขายปากกาที่ออกแบบตามความนิยมของวัยรุ่น ผลปรากฏว่านายสมชายขาดทุน นายสมชาย จึงเริ่มสำรวจความนิยมของวัยรุ่น 100 คน เพื่อนำมาปรับปรุงการผลิตปากการุ่น A, B และ C โดยมีผลการสำรวจดังนี้

- วัยรุ่นชอบปากการุ่น A มี 48 คน
- วัยรุ่นชอบปากการุ่น B มี 38 คน
- วัยรุ่นชอบปากการุ่น C มี 31 คน
- วัยรุ่นชอบปากการุ่น A เพียงอย่างเดียว มี 30 คน
- วัยรุ่นชอบปากการุ่น C แต่ไม่ชอบรุ่น B มี 23 คน
- วัยรุ่นชอบปากกาทั้ง 3 รุ่น มี 7 คน

จำนวนวัยรุ่นที่**ไม่ชอบ**ปากกาทั้ง 3 รุ่น เท่ากับข้อใด

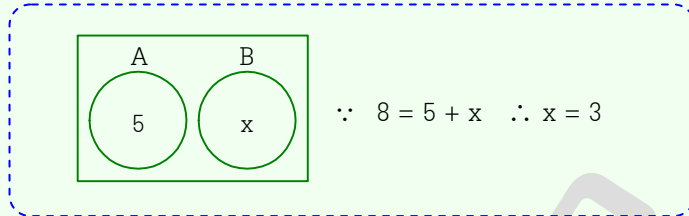
- 1) 9 คน
- 2) 16 คน
- 3) 17 คน
- 4) 37 คน

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 17) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 4) 2^{15}

จาก $n(A) = 5$, $n(A \cup B) = 8$ และ $n(A \cap B) = 0$ จะได้ $n(B) = 3$



$\therefore$ จำนวนความสัมพันธ์จาก A ไป B คือ $2^{n(A) \times n(B)} = 2^{5 \times 3} = 2^{15}$

2. เฉลย 1) เซตของจำนวนเต็มคี่

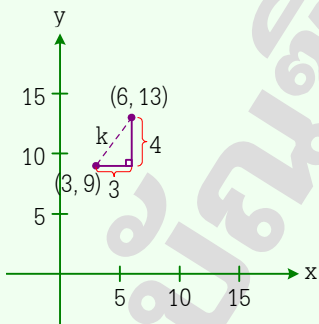
จำนวนเต็มคี่ 2 จำนวนบวกกันเป็นจำนวนเต็มคู่ และจำนวนเต็มคี่ 2 จำนวน คูณกันยังคงเป็นจำนวนเต็มคี่ เซตของจำนวนเต็มคี่จึงมีเพียงสมบัติปิดการคูณ **ไม่มี**สมบัติปิดการบวก

2) เซตของจำนวนเต็มคู่มีสมบัติปิดการบวกและสมบัติปิดการคูณ เพราะจำนวนเต็มคู่ 2 จำนวน บวกกัน หรือคูณกันยังคงเป็นจำนวนเต็มคู่

3) เซตของจำนวนนับมีสมบัติปิดทั้งการบวกและการคูณ

4) เซตของจำนวนเฉพาะ**ไม่มี**สมบัติปิดทั้ง 2 ข้อ เช่น $3 + 5 = 8$ ซึ่ง**ไม่เป็น**จำนวนเฉพาะ และจำนวนเฉพาะ 2 จำนวนคูณกันจะกลายเป็นจำนวนประกอบ

3. เฉลย 3) 5 หน่วย



จาก
จะได้ว่า

$$y = -x(x - 6)$$

$$y = -x^2 + 6x$$

$$y = -x^2 + 6x - 9 + 9$$

$$y = -(x - 3)^2 + 9$$

$\therefore$ จุดสูงสุด คือ (3, 9)

หาระยะทางระหว่างจุด (3, 9) กับ (6, 13)

ให้ k เป็นระยะทางระหว่างจุด (3, 9) กับ (6, 13)

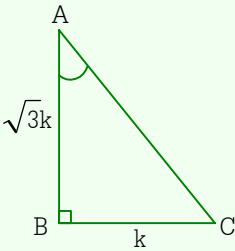
$$\therefore k^2 = 3^2 + 4^2 \text{ (ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)}$$

$$k^2 = 9 + 16 = 25$$

$$\therefore k = 5 \text{ หน่วย}$$

4. เฉลย 2) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$

จาก $\cot A = \sqrt{3}$ สร้างรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC โดยให้ $BC = k$ หน่วย
 $AB = \sqrt{3}k$ หน่วย



จากทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3}k)^2 + k^2}$$

$$= \sqrt{4k^2}$$

$$= 2k$$

จากรูปสามเหลี่ยม ABC จะได้

$$\sin A = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$$

$$\sin C = \frac{\sqrt{3}k}{2k} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

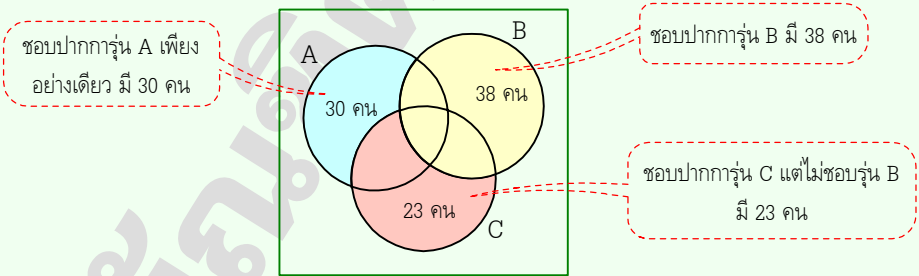
ดังนั้น

$$\sin A + \sin C = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}$$

5. เฉลย 1) 9 คน

จากโจทย์ สามารถสร้างแผนภาพเวนน-ออยเลอร์ได้ดังนี้



∴ จำนวนวัยรุ่นที่ **ไม่ชอบ**ปากกาทั้ง 3 รุ่น = 100 - (30 + 38 + 23) = 9 คน



ชุดที่ 16 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 16) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x} & , x < 0 \\ 2k - 1 & , x = 0 \\ \frac{3x^5 + 4x^2}{5x^4 - 2x^2} + 3k & , x > 0 \end{cases}$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{7}{3}$

2) $k = \frac{3}{4}$ เมื่อ f มีลิมิตที่ $x = 0$

3) f ต่อเนื่องที่ $x = 0$ เมื่อ $k = \frac{3}{4}$

4) ถ้า $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ มีค่าแล้ว f ต่อเนื่องที่ $x = 0$

2. ให้ $f(x) = x^3 - kx^2 - 10kx + 25$ เมื่อ k เป็นค่าคงตัว ถ้าหาร $f(x)$ ด้วย $x - 2$ มีเศษเหลือ 9 แล้ว $f(x)$ หารด้วย $x + k$ มีเศษเหลือเท่าใด

1) 33

2) 25

3) 15

4) 13

3. ให้ N เป็นจำนวนนับซึ่งสอดคล้องเงื่อนไขต่อไปนี้

(i) $100 \leq N \leq 1000$

(ii) เลขโดดในหลักหน่วย $<$ เลขโดดในหลักสิบ $<$ เลขโดดในหลักร้อย

จำนวนนับ N ที่สอดคล้อง (i) และ (ii) มีทั้งหมดกี่จำนวน

1) 36

2) 84

3) 120

4) 240

4. กำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์ C และอสมการข้อจำกัดดังนี้

$$C = |3x - 2y|$$

$$6x - y \leq 14$$

$$x - 3y \geq -9$$

$$2x + y \geq -11$$

$$x + 7y \geq -12$$

แล้วผลต่างระหว่างค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดเป็นเท่าใด

- 1) 19
- 2) 10
- 3) 7
- 4) 3

5. ให้ $a, b, c \in \mathbb{R}$ กำหนดเอกลักษณ์ ถ้า $a + b + c = 0$ แล้ว $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ ผลบวกของค่า x ที่เป็นไปได้ทั้งหมดของสมการ $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x} = \sqrt[3]{2-x}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 0
- 2) 1
- 3) 2
- 4) 3

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 16) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) $k = \frac{3}{4}$ เมื่อ f มีลิมิตที่ $x = 0$

1) **ผิด** เพราะ $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{3(1)^5 + 4(1)^2}{5(1)^4 - 2(1)^2} + 3k = \frac{7}{3} + 3k$ ซึ่งจะ**ไม่เท่ากับ** $\frac{7}{3}$ เมื่อ $k \neq 0$

2) **ถูก** เพราะ ถ้า f มีลิมิตที่ $x = 0$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 - \sqrt{4 - x}}{x} \cdot \frac{2 + \sqrt{4 - x}}{2 + \sqrt{4 - x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{4 - (4 - x)}{x(2 + \sqrt{4 - x})}$$

$$= \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^5 + 4x^2}{5x^4 - 2x^2} + 3k$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cancel{x}^2(3x^3 + 4)}{\cancel{x}^2(5x^2 - 2)} + 3k$$

$$= -2 + 3k$$

เมื่อ $-2 + 3k = \frac{1}{4}$

จะได้ $k = \frac{3}{4}$

3) **ผิด** เพราะ เมื่อ $k = \frac{3}{4}$ จาก ตัวเลือก 2) จะได้ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{4}$

แต่ที่ $x = 0$ จะได้ $f(0) = 2k - 1 = 2\left(\frac{3}{4}\right) - 1 = \frac{1}{2}$

$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$ ทำให้ $f(x)$ **ไม่ต่อเนื่อง** ที่ $x = 0$

4) **ผิด** เพราะ เมื่อ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ มีค่า ซึ่งก็คือ $\frac{1}{4}$ แต่ $f(0) = \frac{1}{2}$

ดังนั้น $f(x)$ **ไม่ต่อเนื่อง** ที่ $x = 0$ เพราะ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$

2. เฉลย 1) 33

ใช้ทฤษฎีบทเศษเหลือ :

ขั้นแรก หาค่าของ k จากข้อเท็จจริงที่ว่า $f(x)$ หารด้วย $x - 2$ มีเศษเหลือ 9

ดังนั้น $f(2) = 9 = 8 - 4k - 20k + 25$

แก้สมการได้ $k = 1$ และได้ $f(x) = x^3 - x^2 - 10x + 25$

ขั้นต่อไป หาเศษเหลือเมื่อหาร $f(x)$ ด้วย $x + k$ จะได้เศษเหลือเท่ากับ $f(-k)$ หรือ $f(-1)$

$$f(-1) = -1 - 1 + 10 + 25$$

$$= 33$$

3. เฉลย 3) 120

วิธีที่ 1 จากโจทย์ จะได้ว่า N เป็นจำนวน 3 หลัก

กรณีที่ 1 N มี 0 ประกอบ $\therefore 0$ ต้องอยู่ในหลักหน่วย

หลักสิบ, หลักร้อย เลือกจาก $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ ได้ $\binom{9}{2} = 36$ วิธี

เพราะว่าหลักสิบและหลักร้อยที่เลือกมา โดน (ii) บังคับให้หลักร้อยมากกว่าหลักสิบ

$\therefore$ จึงมี N ที่สอดคล้องในกรณีนี้อยู่ 36 จำนวน

กรณีที่ 2 N ไม่มี 0 ประกอบ

$\therefore$ 3 หลัก เลือกจาก $\{1, 2, \dots, 9\}$ ได้ $\binom{9}{3} = 84$ วิธี

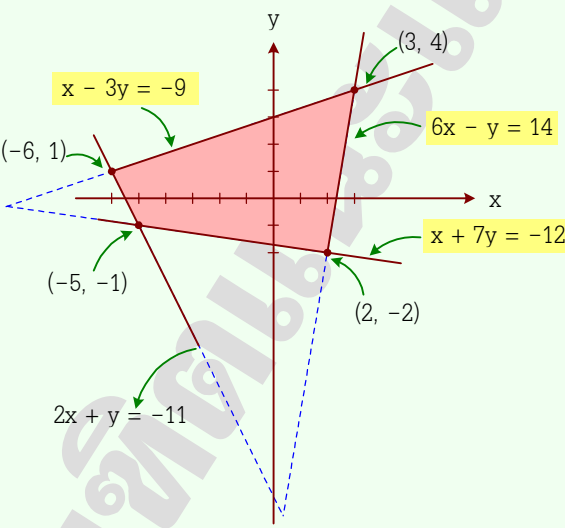
และโดยเหตุผลทำนองเดียวกันกับกรณีที่ 1 $\therefore N$ ที่สอดคล้องในกรณีนี้มี 84 จำนวน

จากทั้ง 2 กรณี มี N ที่สอดคล้องอยู่ $36 + 84 = 120$ จำนวน

วิธีที่ 2 เลือกหลักหน่วย หลักสิบ และหลักร้อยจาก $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ ได้ $\binom{10}{3} = 120$ วิธี

4. เฉลย 1) 19

จากอสมการข้อจำกัด จะวาดกราฟ และหาจุดตัดได้ดังนี้



มีจุดทั้งหมด 4 จุดที่สอดคล้องอสมการที่กำหนด คือ $(3, 4)$, $(-6, 1)$, $(-5, -1)$ และ $(2, -2)$ นำไปแทนค่าใน $C = |3x - 2y|$ จะได้

$$\begin{aligned} C(3, 4) &= |3(3) - 2(4)| = 1 \\ C(-6, 1) &= |3(-6) - 2(1)| = 20 \\ C(-5, -1) &= |3(-5) - 2(-1)| = 13 \\ C(2, -2) &= |3(2) - 2(-2)| = 10 \end{aligned}$$

$\therefore$ ผลต่างของค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด คือ $20 - 1 = 19$

5. เฉลย 2) 1

จากโจทย์ จะได้ $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2-x} = \sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-2} = 0$

โดยเอกลักษณ์ จะได้ $(\sqrt[3]{x-1})^3 + (\sqrt[3]{x})^3 + (\sqrt[3]{x-2})^3 = 3\sqrt[3]{(x-1)(x)(x-2)}$

$$(x-1) + x + x - 2 = 3\sqrt[3]{(x-1)(x)(x-2)}$$
$$(3x-3)^3 = 3^3(x-1)(x)(x-2)$$
$$(x-1)^3 = (x-1)(x)(x-2)$$
$$(x-1)[(x-1)^2 - (x)(x-2)] = 0$$
$$(x-1)(x^2 - 2x + 1 - x^2 + 2x) = 0$$
$$(x-1)(1) = 0$$
$$x = 1 \text{ คำตอบเดียว}$$

ดังนั้น ผลบวกค่า $x = 1$



บัณฑิตแนะแนว

ชุดที่ 15 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 15) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่ง คือ 2, 3, 4, ..., 10, 11 แล้ว ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้อยู่ในช่วงใด
 - 1) (7, 9)
 - 2) (4.5, 6.5)
 - 3) (3.5, 4)
 - 4) (2.5, 3)
2. จงหาจำนวนคู่อันดับ (a, b) ซึ่ง $(a + bi)^{2002} = a - bi$
 - 1) 1001
 - 2) 1002
 - 3) 2003
 - 4) 2004

3. ให้ a แทนผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ $\log_3(\log_9 x) = \log_9(\log_3 x)$ แล้วจำนวนในข้อใดต่อไปนี้เป็นหาร a เหลือเศษ 6

1) 7

2) 11

3) 15

4) 19

4. ให้ C_1 และ C_2 เป็นวงกลมที่มีสมการเป็น

$$(x - 10)^2 + y^2 = 36$$

$$\text{และ } (x + 15)^2 + y^2 = 81$$

ตามลำดับ จงหาความยาวของส่วนของเส้นตรง

$\overline{PQ}$ ที่สั้นที่สุดซึ่งสัมผัส C_1 ที่ P และสัมผัส C_2 ที่ Q

1) 15

2) 18

3) 20

4) 21

5. กล่องใบหนึ่งมีลูกแก้ว 5 ลูก เป็นสีแดง 3 ลูก และสีขาว 2 ลูก หยิบลูกแก้วออกมาโดยสุ่มทีละลูกโดย**ไม่คืน**ลูกแก้วใส่กล่องจนกระทั่งไม่เหลือลูกแก้วสีแดงหรือไม่เหลือลูกแก้วสีขาว จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกแก้วลูกสุดท้ายที่หยิบออกมาเป็นลูกแก้วสีขาว

1) $\frac{3}{10}$

2) $\frac{2}{5}$

3) $\frac{1}{2}$

4) $\frac{3}{5}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 15) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 4) (2.5, 3)

$$\begin{aligned}\therefore \text{S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \bar{x}^2} \\ &= \sqrt{\frac{2^2 + 3^2 + \dots + 11^2}{10} - \left(\frac{2 + 3 + \dots + 11}{10}\right)^2} \\ \therefore 1^2 + 2^2 + \dots + 11^2 &= \frac{11 \cdot (11 + 1)(2 \cdot 11 + 1)}{6} = 506 \\ \therefore 2^2 + 3^2 + \dots + 11^2 &= 506 - 1^2 = 505 \\ \text{และ} \quad 1 + 2 + \dots + 11 &= \frac{11(11 + 1)}{2} = 66 \\ \therefore 2 + 3 + \dots + 11 &= 66 - 1 = 65 \\ \text{ดังนั้น} \quad \text{S.D} &= \sqrt{\frac{505}{10} - \left(\frac{65}{10}\right)^2} = \sqrt{50.5 - 42.25} = \sqrt{8.25} \\ \therefore 6.25 &< 8.25 < 9 \\ \therefore 2.5 &< \sqrt{8.25} < 3\end{aligned}$$

2. เฉลย 4) 2004

ให้ $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$ และ $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

สมการที่กำหนดให้กลายเป็น $z^{2002} = \bar{z}$ สังเกตว่า

$$|z|^{2002} = |z^{2002}| = |\bar{z}| = |z|$$

$$|z|^{2002} - |z| = 0$$

$$|z|(|z|^{2001} - 1) = 0$$

ดังนั้น $|z| = 0$ หรือ $|z| = 1$ กรณี $|z| = 0$ ได้คำตอบเดียว คือ $z = 0$

ในกรณี $|z| = 1$ เราได้ว่า $z^{2002} = \bar{z}$ สมมูลกับ $z^{2003} = \bar{z} \cdot z = |z|^2 = 1$

เนื่องจากสมการ $z^{2003} = 1$ มี 2003 คำตอบที่แตกต่างกัน

รวมแล้วมีคู่อันดับ (a, b) ที่สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนด $2003 + 1 = 2004$ คู่

3. เฉลย 3) 15

จาก $\log_3(\log_9 x) = \log_9(\log_3 x)$
จะได้ $\log_3(\log_{3^2} x) = \log_{3^2}(\log_3 x)$
 $\log_3\left(\frac{1}{2}\log_3 x\right) = \frac{1}{2}\log_3(\log_3 x)$
 $\log_3\left(\frac{1}{2}\log_3 x\right) = \log_3(\log_3 x)^{1/2}$
 $\therefore \frac{1}{2}\log_3 x = (\log_3 x)^{1/2}$

ยกกำลัง 2 ทั้งสองข้าง ; $\frac{1}{4}(\log_3 x)^2 = \log_3 x$

ให้ $y = \log_3 x$ จะได้ $\frac{y^2}{4} = y$

$$\frac{y^2}{4} - y = 0$$

$$y\left(\frac{y}{4} - 1\right) = 0$$

$$\therefore y = 0, 4$$

ถ้า $y = 0$ จะได้ $x = 1$ แต่ใช้ไม่ได้ เพราะ $\log_3(\log_3 1) = \log_3 0$ ไม่นิยาม

ถ้า $y = 4$ จะได้ $x = 3^4 = 81$ ดังนั้น $a = 81$

พิจารณา 7 ทหาร 81 เหลือเศษ 4, 11 ทหาร 81 เหลือเศษ 4

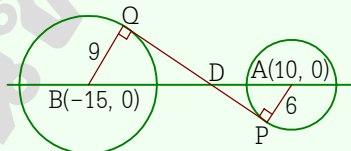
15 ทหาร 81 เหลือเศษ 6, 19 ทหาร 81 เหลือเศษ 5

$\therefore$ คำตอบที่ถูกต้อง คือ 15

4. เฉลย 3) 20

วงกลมทั้งสองมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $A(10, 0)$ และ $B(-15, 0)$ และมีรัศมี 6 และ 9 หน่วย ตามลำดับ PQ เป็นเส้นสัมผัสภายในเพราะเส้นสัมผัสภายในนอกให้ PQ ตัดกับ AB ที่จุด D ซึ่งแบ่ง AB ออกเป็นสองส่วนที่มีความยาวได้สัดส่วนกับรัศมี รูปสามเหลี่ยม APD และ BQD คล้ายกัน โดยมีอัตราส่วนความคล้าย 6 : 9 หรือ 2 : 3 ดังนั้น $D(0, 0)$ เป็นจุดกำเนิด,

$$PD = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8 \text{ หน่วย}, OD = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12 \text{ หน่วย และ } PQ = 8 + 12 = 20 \text{ หน่วย}$$



5. เฉลย 4) $\frac{3}{5}$

ให้ W และ R แทนลูกแก้วสีขาวและลูกแก้วสีแดง ตามลำดับ

ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ คือ WW, WRW, RWW, RRWW, RWRW, WRRW, RRR, WRRR,

RWRR, RRWR ซึ่งมีความน่าจะเป็นเท่ากับ $\frac{1}{10}$ ทุกผลลัพธ์ ตามลำดับดังนี้ $\left(\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}\right), \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3}\right), \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3}\right),$

$\left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right), \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3}\right), \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right), \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}\right)$ และมี

6 ผลลัพธ์ที่ลูกแก้วลูกสุดท้ายที่หยิบออกมาเป็นลูกแก้วสีขาว ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่สนใจเท่ากับ

$$\frac{6}{10} \text{ หรือ } \frac{3}{5}$$



ชุดที่ 14 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 14) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. สำหรับจำนวนเต็มบวก n ที่มี $f(n) = \log_{2002} n^2$ ถ้า $N = f(11) + f(13) + f(14)$ ข้อใดต่อไปนี้เป็น**จริง**

1) $N < 1$

2) $N = 1$

3) $1 < N < 2$

4) $N = 2$

2. จงหาผลลัพธ์ของ $\log_{\frac{1}{2}} (1 \cdot 2)^3 - \log_{\frac{1}{2}} (2 \cdot 3)^3$
 $+ \log_{\frac{1}{2}} (3 \cdot 4)^3 - \dots + \log_{\frac{1}{2}} (127 \cdot 128)^3$

1) 21

2) -21

3) 24

4) -24

3. กำหนดให้ $A = \{\{\phi\}, \{\{\phi\}\}\}$ ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1) $\phi \in P(A)$

2) $\{\phi\} \not\subset A$

3) $\forall x \in A [x \subset A]$

4) $\forall x \in A, \exists y \in A [x \in y \vee y \in x]$

4. ในการเลือกคณะกรรมการบริหารบริษัทแห่งหนึ่ง มีผู้สมัครทั้งหมด 10 คน เป็นชาย 6 คน หญิง 4 คน ซึ่งมีนายกัธรวมอยู่ด้วย ความน่าจะเป็นที่จะเลือกคณะกรรมการ 5 คน โดยเป็นกรรมการชายอย่างน้อย 1 คน และมีนายกัธรวมอยู่ด้วย ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{10}{21}$

2) $\frac{1}{2}$

3) $\frac{11}{21}$

4) $\frac{247}{252}$

5. กำหนดให้ ทุกคำตอบของสมการ $x^3 - 6x^2 + 15x - 14 = 0$ อยู่ในรูป $2 + bi$, $b \in \mathbb{R}$ แล้วค่า**มากที่สุด**ของ b เป็นเท่าใด

1) 0

2) $\sqrt{2}$

3) $\sqrt{3}$

4) $2\sqrt{3}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 14) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 4) $N = 2$

$$\begin{aligned}N &= \log_{2002} 11^2 + \log_{2002} 13^2 + \log_{2002} 14^2 \\&= \log_{2002} 11^2 \cdot 13^2 \cdot 14^2 \\&= \log_{2002} (11 \cdot 13 \cdot 14)^2 \\&= 2 \log_{2002} 2002 \\&= 2 \cdot 1 \\&= 2\end{aligned}$$

2. เฉลย 2) -21

$$\begin{aligned}&\log_{1/2} (1 \cdot 2)^3 - \log_{1/2} (2 \cdot 3)^3 + \log_{1/2} (3 \cdot 4)^3 - \dots + \log_{1/2} (127 \cdot 128)^3 \\&= 3[\log_{1/2} (1 \cdot 2) - \log_{1/2} (2 \cdot 3) + \dots + \log_{1/2} (127 \cdot 128)] \\&= 3[\log_{1/2} 1 + \log_{1/2} 2 - \log_{1/2} 2 - \log_{1/2} 3 + \log_{1/2} 3 + \log_{1/2} 4 - \dots + \log_{1/2} 127 + \log_{1/2} 128] \\&= 3[\log_{1/2} 1 + \log_{1/2} 128] \\&= 3[0 + (-1) \log_2 128] \\&= 3(-7) \\&= -21\end{aligned}$$

3. เฉลย 3) $\forall x \in A[x \subset A]$

- 1) ถูก เพราะ $\phi \subset A$ (เซตว่างเป็นสับเซตของทุกๆ เซต) ดังนั้น $\phi \in P(A)$
- 2) ถูก เพราะ สับเซตทั้งหมดของ A คือ $\phi, \{\phi\}, \{\{\phi\}\}, A$
- 3) ผิด เพราะ $\{\phi\} \in A$ แต่ $\{\phi\} \not\subset A$ (โดย ตัวเลือก 2))
- 4) ถูก เพราะ ถ้า $x = \{\phi\}$ เลือก $y = \{\{\phi\}\} \therefore x \in y$
ถ้า $x = \{\{\phi\}\}$ เลือก $y = \{\phi\} \therefore y \in x$

4. เฉลย 2) $\frac{1}{2}$

จากโจทย์ $n(S) = \binom{10}{5} = \frac{10!}{5!5!} = 252$ วิธี

หา $n(E)$ โดยแบ่งเป็น 5 กรณี

กรณีที่ 1 คณะกรรมการมีชาย 1 คน หญิง 4 คน เลือกได้ $1 \times \binom{4}{4} = 1$ วิธี
(กำหนด)

กรณีที่ 2 คณะกรรมการมีชาย 2 คน หญิง 3 คน เลือกได้ $1 \times \binom{5}{1} \binom{4}{3} = 20$ วิธี
(กำหนด)

กรณีที่ 3 คณะกรรมการมีชาย 3 คน หญิง 2 คน เลือกได้ $1 \times \binom{5}{2} \binom{4}{2} = 60$ วิธี
(กำหนด)

กรณีที่ 4 คณะกรรมการมีชาย 4 คน หญิง 1 คน เลือกได้ $1 \times \binom{5}{3} \binom{4}{1} = 40$ วิธี
(กำหนด)

กรณีที่ 5 คณะกรรมการเป็นชายทั้ง 5 คน เลือกได้ $1 \times \binom{5}{4} = 5$ วิธี

$\therefore$ เลือกคณะกรรมการได้ $1 + 20 + 60 + 40 + 5 = 126$ วิธี

$\therefore$ ความน่าจะเป็น $= \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{126}{252} = \frac{1}{2}$

5. เฉลย 3) $\sqrt{3}$

เนื่องจากทุกคำตอบของสมการ $x^3 - 6x^2 + 15x - 14 = 0$ อยู่ในรูป $2 + bi$ และ $x^3 - 6x^2 + 15x - 14 = 0$ เป็นสมการพหุนามดีกรี 3 ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง ดังนั้น จะมีอย่างน้อย 1 คำตอบที่เป็นจำนวนจริง
พิจารณาการหารสังเคราะห์ด้วย 2

2		1	-6	15	-14
			2	-8	14
		1	-4	7	0

$\therefore 2$ เป็นคำตอบหนึ่งของสมการ

ทำให้ได้ว่า $(x - 2)(x^2 - 4x + 7) = 0 \therefore x = 2$ หรือ $x^2 - 4x + 7 = 0$

จาก $x^2 - 4x + 7 = 0$ จะได้ $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 28}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}i$

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ $\{2, 2 - \sqrt{3}i, 2 + \sqrt{3}i\}$

$\therefore$ ค่ามากที่สุดของ b คือ $\sqrt{3}$



ชุดที่ 13 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 13) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. จงหาค่าของ $\cos 36^\circ$

1) $\frac{2 + \sqrt{5}}{8}$

2) $\frac{1 + \sqrt{2}}{5}$

3) $\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$

4) $\frac{5 + \sqrt{2}}{10}$

2. เด็กนักเรียนจำนวน 88 คน มี 45 คนชอบว่ายน้ำ และ 55 คนชอบเล่นฟุตบอล โดย**ไม่มี**คนใด **ไม่เล่น**กีฬาสองชนิดนี้ แล้วจะมีเด็กที่ชอบว่ายน้ำ อย่างเดียวกี่คน

1) 12 คน

2) 33 คน

3) 43 คน

4) 52 คน

3. นิยาม : $p \Delta q$ มีค่าความจริงดังตารางต่อไปนี้

p	q	$p \Delta q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $p \Delta q \equiv \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)]$

ข. $(p \Delta q) \Delta r \equiv p \Delta (q \Delta r)$

ข้อใด**ถูกต้อง**

- 1) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.
- 2) ถูกเฉพาะข้อ ก.
- 3) ถูกเฉพาะข้อ ข.
- 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

4. จงหาผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

$$2 \sin^2 x - 1 = 0 ; 0 \leq x \leq 180^\circ$$

- 1) 105°
- 2) 180°
- 3) 240°
- 4) 360°

5. ถ้า $2\sqrt{2}$ เป็นรากของสมการ $ax^2 - 5\sqrt{2}x - 4 = 0$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริง จงหาผลรวมทั้งหมดของรากของสมการ

1) $\frac{\sqrt{2}}{3}$

2) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 13) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

เริ่มต้นโดยสังเกตว่า $36^\circ = \frac{2}{5}(90^\circ)$

ให้ $\theta = 18^\circ$ เพื่อให้ $2\theta = 36^\circ$ และ $3\theta = 54^\circ$

โดยที่ $54^\circ + 36^\circ = 90^\circ$

เนื่องจาก $\cos$ ของมุมหนึ่ง เท่ากับ $\sin$ ของมุมประกอบมุมฉาก

ดังนั้น $\cos 3\theta = \sin 2\theta$

จากสูตรสำหรับฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมพหุคูณ

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \sin 2\theta &= 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= 2c \sqrt{1-c^2} \quad \text{เมื่อ } c = \cos \theta \end{aligned} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} \text{และ} \quad \cos 3\theta &= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta \\ &= 4c^3 - 3c \quad \text{เมื่อ } c = \cos \theta \end{aligned} \quad \dots(2)$$

$$\begin{aligned} \text{จาก (1) = (2) ;} \quad 2c \sqrt{1-c^2} &= 4c^3 - 3c \\ 2 \sqrt{1-c^2} &= 4c^2 - 3 \\ 4 - 4c^2 &= 16c^4 - 24c^2 + 9 \end{aligned}$$

$$16c^4 - 20c^2 + 5 = 0$$

$$\text{ให้ } c^2 = y \text{ จะได้ } 16y^2 - 20y + 5 = 0$$

$$c^2 = y = \frac{20 \pm \sqrt{80}}{32} = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{8} \quad (\text{ดู } *)$$

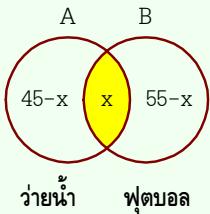
$$\text{ใช้สูตรมุมสองเท่า} \quad \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta - 1$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \cos 36^\circ &= 2 \cos^2 18^\circ - 1 \\ &= 2c^2 - 1 \\ &= 2 \left(\frac{5+\sqrt{5}}{8} \right) - 1 \\ &= \frac{1+\sqrt{5}}{4} \end{aligned}$$

(* เราไม่ใช้ราก $c^2 = y = \frac{5-\sqrt{5}}{8}$ เพราะค่า $\cos 36^\circ$ ที่คิดออกมาเป็น $\frac{1-\sqrt{5}}{4}$ ซึ่งเป็นค่าลบ

จึง **ไม่ถูกต้อง** สำหรับค่า $\cos$ มุมแหลม)

2. เฉลย 2) 33 คน



กำหนด $n(A \cup B) = 88, n(A) = 45$ และ $n(B) = 55$
ให้ $n(A \cap B) = x$
พิจารณา $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $88 = 45 + 55 - x$
 $\therefore x = 45 + 55 - 88 = 12$
ดังนั้น นักเรียนที่ชอบว่ายน้ำอย่างเดียวมี $45 - 12 = 33$ คน

3. เฉลย 1) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.

ก. พิจารณา $p \Delta q \equiv \sim[p \leftrightarrow q] \equiv \sim[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)] \therefore$ ก. ถูก
เปรียบเทียบจากตารางค่าความจริง
ข. พิจารณาจากตารางค่าความจริงพบว่า $(p \Delta q) \Delta r \equiv p \Delta (q \Delta r) \therefore$ ข. ถูก

p	q	r	$(p \Delta q) \Delta r$	$p \Delta (q \Delta r)$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	F
F	T	F	T	T
F	F	T	T	T
F	F	F	T	T

4. เฉลย 2) 180°

พิจารณา $2 \sin^2 x - 1 = 0$
จะได้ว่า $(\sqrt{2} \sin x - 1)(\sqrt{2} \sin x + 1) = 0$
ดังนั้น $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ หรือ $\sin x = -\frac{1}{\sqrt{2}}$
เนื่องจาก $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$
จะได้ว่า $x = 45^\circ, 135^\circ$
สรุปได้ว่าผลบวกของคำตอบทั้งหมด คือ $45^\circ + 135^\circ = 180^\circ$

5. เฉลย 2) $\frac{5\sqrt{2}}{3}$

จาก $ax^2 - 5\sqrt{2}x - 4 = 0$ และ $2\sqrt{2}$ เป็นรากของสมการ

ดังนั้น $a(2\sqrt{2})^2 - 5\sqrt{2}(2\sqrt{2}) - 4 = 0$

$$8a - 20 - 4 = 0$$

$$8a = 24$$

$$a = 3$$

$$\therefore 3x^2 - 5\sqrt{2}x - 4 = 0$$

$$(3x + \sqrt{2})(x - 2\sqrt{2}) = 0$$

$$x = \frac{-\sqrt{2}}{3}, 2\sqrt{2}$$

ดังนั้น ผลบวกของรากสมการ คือ

$$-\frac{\sqrt{2}}{3} + 2\sqrt{2} = \frac{-\sqrt{2} + 6\sqrt{2}}{3}$$

$$= \frac{5\sqrt{2}}{3}$$



บ้านหิมาลัย

ชุดที่ 12 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 12) จำนวน 5 ข้อ
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ตารางบันทึกการมาสายของนักเรียนชั้น ม.6/1
ใน 1 เดือน เป็นดังนี้

จำนวนวันที่มาสาย (วัน)	จำนวนนักเรียน (คน)
0	3
1	9
2	11
3	4
4	2
5	1
6	1

จากข้อมูล โดยเฉลี่ยแล้วใน 1 เดือน นักเรียนมา
สายคนละกี่วัน

- | | |
|----------|----------|
| 1) 4 วัน | 2) 3 วัน |
| 3) 2 วัน | 4) 1 วัน |

2. ความน่าจะเป็นที่รางวัลเลขท้ายสองตัวจะมีผลรวมของเลขแต่ละหลักเป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า 11 เท่ากับข้อใด

1) $\frac{9}{50}$

2) $\frac{1}{5}$

3) $\frac{21}{100}$

4) 0.29

3. ถ้า $r_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y^2 + 5x = 12\}$
 $r_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x + |y - 1| = 27\}$
ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

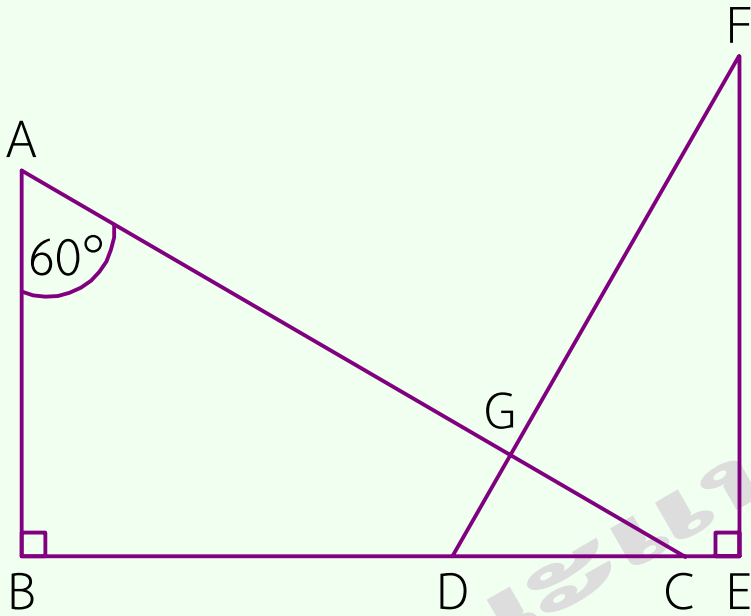
1) r_1 และ r_2 เป็นฟังก์ชัน

2) r_1 และ r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

3) r_1 เป็นฟังก์ชันแต่ r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

4) r_1 ไม่เป็นฟังก์ชันแต่ r_2 เป็นฟังก์ชัน

4.



จากรูป ให้ ABC และ DEF เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มี $\angle BAC = 60^\circ$ องศา, $DE = 8$ หน่วย, $EF = 8\sqrt{3}$ หน่วย และ $DG = 3$ หน่วย แล้ว GC เท่ากับข้อใด

- 1) $\sqrt{3}$ หน่วย
- 2) $3\sqrt{3}$ หน่วย
- 3) $\frac{1}{2}$ หน่วย
- 4) 2 หน่วย

5. นักเรียน 8 คน นั่งรถไฟไปเที่ยวหัวหิน ระหว่างทางได้เล่นเกม Killer กัน โดยเลือกไพ่ 8 ใบ ออกมาจากไพ่ 1 สำรับ โดยไม่สนใจสีและดอก ดังนี้ คือ 1, 2, 3, 10, A, J, Q และ K กติกาการเล่นเกม Killer คือ ผู้เล่นแต่ละคนจะสุ่มหยิบไพ่คนละ 1 ใบ โดย**ไม่ใส่คืน** ถ้าสุ่มหยิบได้ 1, 2 หรือ 3 จะเล่นเป็นประชาชน ถ้าสุ่มหยิบได้ 10, A, J, Q และ K จะเล่นเป็นพรีกเกอร์, โจรโรคจิต, ตำรวจ, แม่ชี และ Killer ตามลำดับ สัมโอเป็นผู้เล่นคนหนึ่งที่ได้สุ่มหยิบเป็นคนที่ 2 จงหาความน่าจะเป็นที่สัมโอจะเล่นเป็น Killer

1) $\frac{1}{8}$

2) $\frac{1}{7}$

3) $\frac{1}{2}$

4) 0

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 12) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) 2 วัน

จะเห็นว่า

$$\begin{aligned} N &= 3 + 9 + 11 + 4 + 2 + 1 + 1 = 31 \\ \bar{x} &= \frac{\sum f_i x_i}{N} = \frac{3(0) + 9(1) + 11(2) + 4(3) + 2(4) + 1(5) + 1(6)}{31} \\ &= \frac{0 + 9 + 22 + 12 + 8 + 5 + 6}{31} \\ &= \frac{62}{31} \\ &= 2 \end{aligned}$$

2. เฉลย 3) $\frac{21}{100}$

$$n(S) = 10 \times 10 = 100$$

พิจารณาเลขท้ายสองตัวที่มีผลรวมเป็นจำนวนเฉพาะที่น้อยกว่า 11

กรณีที่ 1 มีผลรวมเป็น 2 คือ 02, 11, 20

กรณีที่ 2 มีผลรวมเป็น 3 คือ 03, 12, 21, 30

กรณีที่ 3 มีผลรวมเป็น 5 คือ 05, 14, 23, 32, 41, 50

กรณีที่ 4 มีผลรวมเป็น 7 คือ 07, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70

$$\begin{aligned} \therefore n(E) &= 3 + 4 + 6 + 8 \\ &= 21 \end{aligned}$$

ดังนั้น

$$P(E) = \frac{21}{100}$$

3. เฉลย 2) r_1 และ r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

พิจารณา r_1 เนื่องจาก $(0, \sqrt{12})$ และ $(0, -\sqrt{12}) \in r_1$

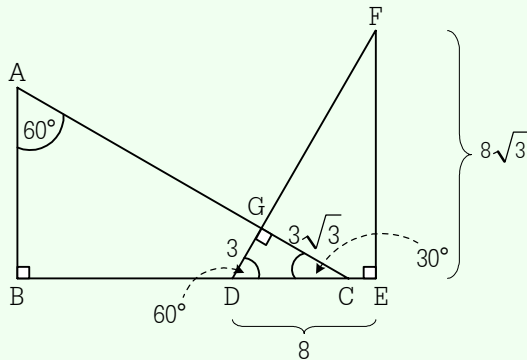
ดังนั้น r_1 ไม่เป็นฟังก์ชัน

พิจารณา r_2 เมื่อให้ $x = 0$ จะได้ $|y - 1| = 27$

ซึ่ง y ที่สอดคล้องสมการข้างต้นมี 2 ค่า คือ $y = 28$ และ -26

$\therefore (0, 28), (0, -26) \in r_2$ ดังนั้น r_2 ไม่เป็นฟังก์ชัน

4. เฉลย 2) $3\sqrt{3}$ หน่วย



$\triangle ABC$ มี $\hat{ABC} = 90^\circ$ องศา และ $\hat{BAC} = 60^\circ$ องศา
 $\therefore \hat{ACB} = 180^\circ - \hat{ABC} - \hat{BAC}$
 $= 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ$
 $= 30^\circ$

$\triangle DEF$ มี $DE = 8$ หน่วย และ $EF = 8\sqrt{3}$ หน่วย
 $\tan \hat{EDF} = \frac{EF}{DE} = \frac{8\sqrt{3}}{8} = \sqrt{3} = \tan 60^\circ$
 $\therefore \hat{EDF} = 60^\circ$

$\triangle CDG$; $\hat{CGD} = 180^\circ - \hat{CDG} - \hat{DCG}$
 $= 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ$
 $= 90^\circ$
 $\tan \hat{CDG} = \frac{GC}{DG}$
 $\tan 60^\circ = \frac{GC}{3}$
 $\therefore GC = 3 \tan 60^\circ$
 $= 3\sqrt{3}$ หน่วย

5. เฉลย 1) $\frac{1}{8}$

วิธีที่ 1 พิจารณาบริภูมิตัวอย่าง
การสุ่มหยิบไฟครั้งละ 1 ใบ สองครั้งโดยไม่ใส่คืน เป็นไปได้ทั้งหมด $8 \times 7 = 56$ แบบ
พิจารณาเหตุการณ์
เหตุการณ์ที่สนใจ คือ สัมไอซึ่งหยิบเป็นลำดับที่สอง สุ่มหยิบได้ K นั้นหมายความว่า คนแรก
ที่หยิบต้องหยิบไม่ได้ K (ซึ่งมี 7 ใบ) และสัมไอต้องหยิบได้ K (ซึ่งมี 1 ใบ) จึงเป็นไปทั้งหมด $7 \times 1 = 7$ แบบ
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าวคือ $\frac{7}{56} = \frac{1}{8}$

วิธีที่ 2 จากไฟทั้งหมด 8 ใบ และสัมไอสุ่มหยิบเป็นคนที่ 2 สามารถแบ่งเหตุการณ์ได้เป็น 2 กรณี ดังนี้

กรณีที่ 1 โอกาสที่คนแรกจะได้ K มี $\frac{1}{8}$ และโอกาสที่สัมไอจะได้ K เป็น 0
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของกรณีนี้ $= \frac{1}{8} \times 0 = 0$

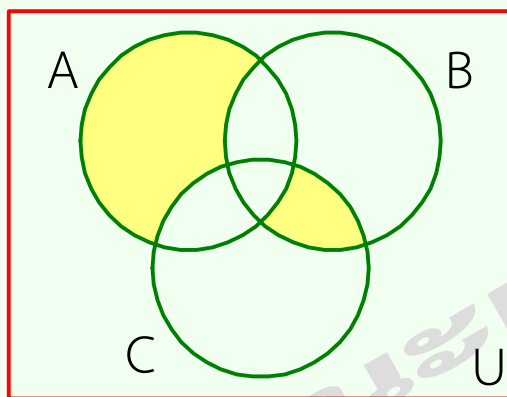
กรณีที่ 2 โอกาสที่คนแรกจะไม่ได้ K เป็น $\frac{7}{8}$ และโอกาสที่สัมไอจะได้ K เป็น $\frac{1}{7}$
ดังนั้น ความน่าจะเป็นของกรณีนี้ $= \frac{7}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{8}$
รวมทั้ง 2 กรณี คือ $0 + \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$ (สามารถคิดโดยแผนภาพต้นไม้ก็ได้)



ชุดที่ 11 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 11) จำนวน 5 ข้อ
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1.



พื้นที่แรเงาในภาพ ตรงกับเซตในข้อใด

- 1) $[A-B-C] \cup [B-A-C']$
- 2) $[A-B-C] \cup [B-A-C]$
- 3) $[A-B-C'] \cup [B-A-C]$
- 4) $[A-B-C'] \cup [B-A-C']$

2. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของจำนวน 3 จำนวนมากกว่าจำนวนที่น้อยที่สุดใน 3 จำนวนนี้อยู่ 10 และน้อยกว่าจำนวนที่มากที่สุดของจำนวน 3 จำนวนนี้อยู่ 15 ถ้ามัธยฐานของจำนวน 3 จำนวนนี้คือ 5 ผลบวกของจำนวน 3 จำนวนนี้เท่ากับเท่าใด

- 1) 5
- 2) 20
- 3) 25
- 4) 30

3. ให้ $|2k + 8| + 4 = 30$ จงหา $b^2 - a$ โดยกำหนดให้ a, b เป็นผลเฉลยของ k และ $a < b$

- 1) 135
- 2) 98
- 3) 64
- 4) 1

4. ข้อใดผิด

- 1) ถ้ารากที่สองของ a เป็นจำนวนเต็ม แล้ว a เป็นจำนวนเต็ม
- 2) ถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ แล้ว $\sqrt[n]{a}$ เป็นจำนวนจริงก็ต่อเมื่อ n เป็นจำนวนเต็มคี่
- 3) ถ้า a และ b เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว a^b เป็นจำนวนตรรกยะ
- 4) มีจำนวนอตรรกยะ a และ b ซึ่ง $a \neq -b$ และ $a + b$ เป็นจำนวนตรรกยะ

5. ให้ P เป็นผลบวกของอนุกรมเลขคณิตของจำนวนคี่ตั้งแต่ 17-253 และ
 Q เป็นผลบวกของอนุกรมเลขคณิตของจำนวนคู่ตั้งแต่ 3-201

จงหาว่า $P - Q$ มีค่าเท่าใด

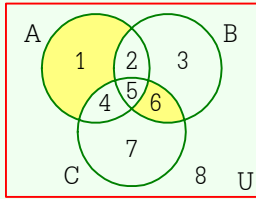
- 1) 5967
- 2) 5865
- 3) -5967
- 4) -5865

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 11) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) $[A-B-C] \cup [B-A-C']$

จากแผนภาพในโจทย์ กำหนดสมาชิกแทนอาณาบริเวณของแต่ละส่วน ดังรูป



$$\text{จะได้ว่า } A = \{1, 2, 4, 5\}$$

$$B = \{2, 3, 5, 6\}$$

$$C = \{4, 5, 6, 7\}$$

$$\text{และ } U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

ดังนั้น พื้นที่ที่แรเงาเขียนเป็นเซตได้ คือ $\{1, 6\}$

เนื่องจาก $[A-B-C] = \{1\}$ และ $[B-A-C'] = \{6\}$

$\therefore [A-B-C] \cup [B-A-C'] = \{1, 6\}$ ซึ่งตรงกับพื้นที่ที่แรเงา

2. เฉลย 4) 30

เนื่องจาก มัธยฐาน = 5 ให้จำนวนทั้งสามเรียงกันจากค่าน้อยไปมากเป็น $x, 5, y$

$$\text{จะได้ค่าเฉลี่ย} = \frac{1}{3}(x + 5 + y)$$

$$\text{จากโจทย์ } \frac{1}{3}(x + 5 + y) = x + 10 \text{ และ } \frac{1}{3}(x + 5 + y) + 15 = y$$

บวกแต่ละข้างของสมการทั้งสอง

$$\text{จะได้ } \frac{2}{3}(x + 5 + y) + 15 = x + y + 10$$

$$2(x + y + 5) = 3(x + y - 5)$$

$$2(x + y) + 10 = 3(x + y) - 15$$

$$x + y = 25$$

ดังนั้น ผลบวกของจำนวนทั้งสาม คือ $x + 5 + y = 30$

3. เฉลย 2) 98

$$|2k + 8| + 4 = 30$$

$$|2k + 8| = 26$$

จาก $|x| = m$ จะได้ว่า $x = m, x = -m$

$$2k + 8 = 26$$

$$2k = 18$$

$$k = 9$$

$$2k + 8 = -26$$

$$2k = -34$$

$$k = -17$$

เนื่องจาก a และ b เป็นผลเฉลยของ k และ $a < b$

จะได้ว่า $a = -17$ และ $b = 9$

หาค่า

$$b^2 - a = (9)^2 - (-17)$$

$$b^2 - a = 81 + 17$$

$$b^2 - a = 98$$

4. เฉลย 3) ถ้า a และ b เป็นจำนวนตรรกยะ แล้ว a^b เป็นจำนวนตรรกยะ

1) ถูก เพราะ $\sqrt{a} = k$ โดยที่ $k \in I$ จะได้ $a = k^2 \in I$ ด้วย

2) ถูก เช่น $\sqrt[3]{-8} = -2$ หรือ $\sqrt[5]{-243} = -3$

3) ผิด เช่น $a = 2$ และ $b = \frac{1}{2}$ จะได้ว่า $2^{1/2} = \sqrt{2}$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

4) ถูก เช่น $a = \sqrt{2}$ และ $b = 1 - \sqrt{2}$ จะได้ว่า $a + b = \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) = 1$

ชุดที่ 10 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6
วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 10) จำนวน 5 ข้อ
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ มีข้อมูลที่มีค่ามากกว่า 5 และ 20 อยู่ 86.43% และ 9.68% ตามลำดับ ถ้ากำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้เส้นโค้งปกติ ดังนี้

z	พื้นที่ใต้โค้ง
1.00	0.3413
1.10	0.3643
1.20	0.3849
1.30	0.4032
1.40	0.4192
1.50	0.4322

แล้ว $|\bar{x} - S.D.|$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|----------|-----------|
| 1) 4.525 | 2) 5.125 |
| 3) 5.625 | 4) 167.50 |

2. โต๊ะกลมตัวหนึ่งมีเก้าอี้อยู่ 5 ตัว แต่ละตัวมีหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5 กำกับ ตามลำดับ จำนวนวิธีให้คน 7 คน นั่งโต๊ะกลมนี้เป็นเท่าใด (นั่นคือมี 2 คน ไม่ได้นั่งเก้าอี้)

1) 24

2) 504

3) 2520

4) 5040

3. จงหาค่าของ $\sin^2 192^\circ + \frac{\sin^2 30^\circ}{\cos^2 180^\circ} - \cos^2 60^\circ + \frac{\cos^2 192^\circ}{\cos^2 360^\circ}$ มีค่าตรงกับข้อใด

1) -1

2) 0

3) 1

4) 2

4. กำหนดให้ วงกลมรูปหนึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด และผ่านจุด $(2, 3)$ ถ้าเส้นตรง L สัมผัสวงกลมที่จุด $x = -1$ ในจตุภาคที่ 2 แล้วจุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนเส้นตรง L

1) $(-7, -\sqrt{3})$

2) $(-7, \sqrt{3})$

3) $\left(-\frac{3}{2}, \sqrt{3}\right)$

4) $(-19, \sqrt{3})$

5. กำหนดให้ S เป็นแซมเปิลสเปซ โดยที่ $S = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ และกำหนดเหตุการณ์ A, B และ C คือ $A = \{a, d, e, h\}$, $B = \{g, h, j\}$ และ $C = \{d\}$ จงหาความน่าจะเป็นของคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ $(A-B) \cap C'$

1) $\frac{4}{5}$

2) $\frac{4}{10}$

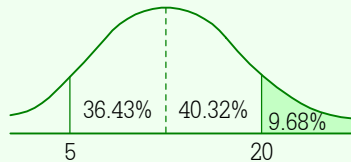
3) $\frac{1}{5}$

4) $\frac{1}{10}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 10) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) 5.625



จากโจทย์

$$z_5 = -1.10 = \frac{5 - \bar{x}}{S.D.}$$

$$-1.10S.D. = 5 - \bar{x} \quad \dots(1)$$

$$z_{20} = 1.30 = \frac{20 - \bar{x}}{S.D.}$$

$$1.30S.D. = 20 - \bar{x} \quad \dots(2)$$

$$(2) - (1) ;$$

$$2.40S.D. = 15$$

$$S.D. = 15 \div 2.40 = 6.25$$

แทนค่า S.D. = 6.25 ใน (1) ; $-1.10(6.25) = 5 - \bar{x}$

$$\bar{x} = 5 + 6.875 = 11.875$$

ดังนั้น

$$|\bar{x} - S.D.| = |11.875 - 6.25| = 5.625$$

2. เฉลย 3) 2520

จากโจทย์ แก้วแต่ละตัวมีหมายเลขกำกับ จึงเป็นการเรียงเชิงเส้น

แก้วตัวที่ 1 เลือกคนมานั่ง 1 คน ได้ 7 แบบ

แก้วตัวที่ 2 เลือกคนมานั่ง 1 คน ได้ 6 แบบ

⋮

แก้วตัวที่ 5 เลือกคนมานั่ง 1 คน ได้ 3 แบบ

∴ จำนวนวิธีทั้งหมด คือ $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$

3. เฉลย 3) 1

จากโจทย์ $\sin^2 192^\circ + \frac{\sin^2 30^\circ}{\cos^2 180^\circ} - \cos^2 60^\circ + \frac{\cos^2 192^\circ}{\cos^2 360^\circ}$

$$= \sin^2 192^\circ + \frac{\frac{1}{4}}{1} - \frac{1}{4} + \frac{\cos^2 192^\circ}{1}$$

$$= \sin^2 192^\circ + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \cos^2 192^\circ$$

$$= \sin^2 192^\circ + \cos^2 192^\circ = 1$$

4. เฉลย 2) $(-7, \sqrt{3})$

พิจารณารูป ดังนั้น $r = \sqrt{(2-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{13}$

จะได้สมการวงกลม คือ $(x-0)^2 + (y-0)^2 = (\sqrt{13})^2$

$$x^2 + y^2 = 13$$

เนื่องจาก L สัมผัสวงกลมที่ $x = -1$ ดังนั้น หาจุดสัมผัสโดยแทน $x = -1$ ในสมการวงกลม

$$(-1)^2 + y^2 = 13$$

$$y^2 = 12$$

จะได้ $y = 2\sqrt{3}$ เพราะจุดสัมผัสอยู่ในจุดภาคที่ 2

ดังนั้น จุดที่เส้นตรง L สัมผัสวงกลม คือ จุด $P(-1, 2\sqrt{3})$

พิจารณา $m_{OP} = \frac{2\sqrt{3}-0}{-1-0} = -2\sqrt{3}$

เนื่องจาก $\overline{OP} \perp$ เส้นตรง L ดังนั้น $m_L = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

หาสมการเส้นตรง L ซึ่งผ่านจุด $(-1, 2\sqrt{3})$ และมีความชัน $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 2\sqrt{3} = \frac{1}{2\sqrt{3}}(x + 1)$$

$$2\sqrt{3}y - 12 = x + 1$$

$$x - 2\sqrt{3}y + 13 = 0$$

ทดสอบค่าเพื่อหาคู่ลำดับที่สอดคล้องกับสมการ L ดังนี้

ที่จุด $(-7, -\sqrt{3})$ จะได้ $x - 2\sqrt{3}y + 13 = -7 - 2\sqrt{3}(-\sqrt{3}) + 13 = 12$

$(-7, \sqrt{3})$ จะได้ $x - 2\sqrt{3}y + 13 = -7 - 2\sqrt{3}(\sqrt{3}) + 13 = 0$

$(-\frac{3}{2}, \sqrt{3})$ จะได้ $x - 2\sqrt{3}y + 13 = -\frac{3}{2} - 2\sqrt{3}(\sqrt{3}) + 13 = \frac{11}{2}$

$(-19, \sqrt{3})$ จะได้ $x - 2\sqrt{3}y + 13 = -19 - 2\sqrt{3}(\sqrt{3}) + 13 = -12$

ดังนั้น จุด $(-7, \sqrt{3})$ อยู่บนเส้นตรง L

5. เฉลย 1) $\frac{4}{5}$

จากโจทย์ $n(S) = 10$

หา $(A-B) \cap C' = \{a, d, e\} \cap \{a, b, c, e, f, g, h, i, j\}$
 $= \{a, e\}$

จะได้ว่า $((A-B) \cap C')' = \{b, c, d, f, g, h, i, j\}$

$$n((A-B) \cap C')' = 8$$
$$= n(E)$$

ดังนั้น $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{8}{10}$
 $= \frac{4}{5}$



ชุดที่ 9 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 9) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 4 ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม และมีสัมประสิทธิ์นำเท่ากับ 1 ถ้า $P(x)$ มีรากจริง 2 ค่าที่เป็นจำนวนเต็มทั้งคู่ แล้วจำนวนใดต่อไปนี้ เป็นรากของพหุนาม $P(x)$ ได้

1) $\frac{1 + i\sqrt{11}}{2}$

2) $\frac{1+i}{2}$

3) $\frac{1}{2} + i$

4) $1 + \frac{i}{2}$

2. กำหนด $\sin \theta + \cos \theta = a$, $\sin \theta - \cos \theta = b$
และ $\sin 2\theta = c$ แล้ว $\sin^6 \theta - \cos^6 \theta$
เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1) abc^2

2) $ab\left(\frac{c^2}{4} - 1\right)$

3) $ab\left(1 + \frac{c^2}{4}\right)$

4) $ab\left(1 - \frac{c^2}{4}\right)$

3. กล่องใบหนึ่งมีสลากจำนวน $2n$ ใบ เมื่อ $n \in \mathbb{N}$
และเขียนหมายเลขกำกับไว้ไม่ซ้ำกันจาก 1 ถึง
 $2n$ ถ้าสุ่มหยิบสลากมา 2 ใบพร้อมๆ กัน
ความน่าจะเป็นที่จะได้ใบหนึ่งหมายเลข n และ
อีกใบเป็นจำนวนที่มากกว่า n เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{n-1}{2n}$

3) $\frac{n-1}{n(2n-1)}$

4) $\frac{1}{2n-1}$

4. ให้ k เป็นจำนวนจริงที่ทำให้

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k (1 + 2 + 3 + \dots + n)}{2(1)^2 + 3(2)^2 + 4(3)^2 + \dots + (n+1)n^2} = L \text{ โดย } L \in \mathbb{R} - \{0\} \text{ แล้วค่าของ } k + \frac{L}{2}$$

ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

1) 5

2) 4

3) 3

4) 2

5. กำหนด $f(x) = 3x - 2$ และ $h(x) = x^4 - 2x^2 + x$
ถ้า g เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง $g \circ h = f$ แล้ว $g^{-1}(10)$
มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 44

2) 78

3) 132

4) 228

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 9) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) $\frac{1+i\sqrt{11}}{2}$

ถ้า r และ s เป็นรากที่เป็นจำนวนเต็มของพหุนาม จะสามารถเขียนพหุนามในรูปแบบ $P(x) = (x - r)(x - s)(x^2 + \alpha x + \beta)$
 สัมประสิทธิ์ของ x^3 และ x^2 คือ $\alpha - (r + s)$ และ $\beta - \alpha(r + s) + rs$
 เนื่องจาก r และ s เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้น α และ β เป็นจำนวนเต็มด้วย หารากที่เหลือโดยใช้สูตรกำลังสอง จะได้

$$\frac{1}{2}(-\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\beta}) = -\frac{\alpha}{2} \pm i \frac{\sqrt{4\beta - \alpha^2}}{2}$$

ตัวเลือก 1), 2) และ 3) เป็นรากของพหุนามได้ เมื่อ $\alpha = 1$ ถ้าเป็นเช่นนั้นส่วนจินตภาพของรากต้องอยู่ในรูปแบบ $\pm \frac{\sqrt{4\beta - 1}}{2}$ มีตัวเลือก 1) เท่านั้นที่อยู่ในรูปแบบนี้
 สังเกตว่า ตัวเลือก 4) เป็นไปไม่ได้ เพราะ α ต้องเท่ากับ -2 ทำให้ส่วนจินตภาพอยู่ในรูปแบบ $\sqrt{\beta - 1}$ ซึ่งมีค่าเป็น $\frac{1}{2}$ ไม่ได้

2. เฉลย 4) $ab\left(1 - \frac{c^2}{4}\right)$

$$\begin{aligned} & \sin^6 \theta - \cos^6 \theta \\ &= (\sin^3 \theta)^2 - (\cos^3 \theta)^2 \\ &= (\sin^3 \theta - \cos^3 \theta)(\sin^3 \theta + \cos^3 \theta) \\ &= (\sin \theta - \cos \theta)(\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)(\sin \theta + \cos \theta)(\sin^2 \theta - \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta) \\ &= b(1 + \sin \theta \cos \theta)(a)(1 - \sin \theta \cos \theta) \\ &= ab(1 - \sin^2 \theta \cos^2 \theta) \\ &= ab\left(1 - \left(\frac{c}{2}\right)^2\right) \\ &= ab\left(1 - \frac{c^2}{4}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \because \sin 2\theta &= c \\ 2 \sin \theta \cos \theta &= c \\ \sin \theta \cos \theta &= \frac{c}{2} \end{aligned}$$

3. เฉลย 4) $\frac{1}{2n-1}$

จากโจทย์จะได้ $n(S) = \binom{2n}{2} = n(2n - 1)$ วิธี

$n(E) = (1) \cdot (n) = n$ วิธี

ได้หมายเลข n

ได้หมายเลขมากกว่า n คือจำนวนตั้งแต่ $n + 1, n + 2, n + 3, \dots, n + n$

ดังนั้น ความน่าจะเป็น $= \frac{n}{n(2n - 1)} = \frac{1}{2n - 1}$

4. เฉลย 3) 3

$$\begin{aligned} & 2(1)^2 + 3(2)^2 + 4(3)^2 + \dots + (n+1)n^2 \\ &= (1+1)1^2 + (1+2)2^2 + (1+3)3^2 + \dots + (1+n)n^2 \\ &= (1^2 + 1^3) + (2^2 + 2^3) + (3^2 + 3^3) + \dots + (n^2 + n^3) \\ &= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) + (1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3) \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k(1+2+3+\dots+n)}{2(1)^2 + 3(2)^2 + 4(3)^2 + \dots + (n+1)n^2}$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^k \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)}{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2}$$

เพื่อให้หา limit ได้เป็นจำนวนจริงที่ไม่เท่ากับ 0 ดีกรีของตัวเศษต้องเท่ากับตัวส่วน

$\therefore k = 2$

และจะหาค่า $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)}{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2} = 2$

$\therefore k + \frac{L}{2} = 2 + \frac{2}{2} = 3$

5. เฉลย 4) 228

จาก $goh = f$

$$\begin{aligned} g^{-1} \circ (goh) &= g^{-1} \circ f \\ (g^{-1}og)oh &= g^{-1} \circ f \\ h &= g^{-1} \circ f \\ \therefore x^4 - 2x^2 + x &= g^{-1}(3x - 2) \end{aligned}$$

ต้องการ $g^{-1}(10)$ $\therefore 3x - 2 = 10$ ดังนั้น $x = 4$

$$(4)^4 - 2(4)^2 + 4 = g^{-1}(3 \cdot 4 - 2)$$

จะได้ $g^{-1}(10) = 256 - 32 + 4$

$$= 228$$



ชุดที่ 8 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 8) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ในการสอบวิชาภาษาไทยของนักเรียนชั้น ม.6 สายวิทย์ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง ซึ่งมีเพียง 20 คน พบว่า คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 60 และความแปรปรวนเท่ากับ 180 ต่อมาภายหลัง พบว่ามี การรวมคะแนนของนักเรียนผิดพลาดไป 1 คน คือ 50 คะแนน ที่ถูกต้อง คือ 80 คะแนน ดังนั้น ความแปรปรวนของคะแนนที่ถูกต้องเท่ากับเท่าใด
 - 1) 190.25
 - 2) 192.75
 - 3) 195.50
 - 4) 197.75

2. กำหนดให้ $2 \operatorname{cosec} \theta - \cos \theta \cot \theta \geq k$
เมื่อ $0 < \theta < \pi$ จงหาค่าสูงสุดที่เป็นไปได้ของ k

1) $\sin \theta$

2) 2

3) 1

4) 4

3. กำหนดให้ $A = \left\{ x \in I \mid \frac{x+3}{x-1} \geq 2 \right\}$ และ n

แทนจำนวนสับเซตแท้ของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) $n \leq 14$

2) $14 < n \leq 16$

3) $16 < n \leq 30$

4) $n > 30$

4. สมการพหุนาม $P(x) = 0$ เมื่อ $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ มีสมบัติว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคำตอบ, ผลคูณของคำตอบ และผลบวกของสัมประสิทธิ์ต่างมีค่าเท่ากัน ถ้าระยะตัดแกน y ของกราฟของ $y = P(x)$ เท่ากับ 2 จงหาค่าของ b

1) -11

2) -10

3) -9

4) 1

5. ให้ $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ เมื่อ a, b, c และ d เป็นค่าคงตัว ถ้า $f''(x) = x + 2$ และความชันของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $x = 0$ เท่ากับ 3 และเส้นโค้ง $y = f(x)$ ผ่านจุด $(0, -1)$ แล้ว $a + b + c + d$ มีค่าเท่าใด

1) $2\frac{1}{6}$

2) $3\frac{1}{6}$

3) 19

4) $\frac{131}{6}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 8) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) 192.75

ขั้นที่ 1 หาคะแนนรวมและค่าเฉลี่ยที่ถูกต้อง

$$\Sigma x \text{ (ผิด)} = 20 \times 60 = 1200$$

$$\Sigma x \text{ (ถูก)} = 1200 + (80 - 50) = 1230$$

$$\mu \text{ (ถูกต้อง)} = \frac{1230}{20} = 61.5$$

ขั้นที่ 2 หา Σx^2 และความแปรปรวนที่ถูกต้อง

$$\sigma^2 \text{ (ผิด)} = \frac{1}{N} [\Sigma x^2 \text{ (ผิด)} - N\mu^2 \text{ (ผิด)}]$$

$$180 = \frac{1}{20} [\Sigma x^2 \text{ (ผิด)} - 20 \cdot 60^2]$$

$$\Sigma x^2 \text{ (ผิด)} = 20 \cdot 180 + 20 \cdot 60^2 = 75600$$

$$\Sigma x^2 \text{ (ถูกต้อง)} = 75600 - 50^2 + 80^2 = 79500$$

$$\sigma^2 \text{ (ถูกต้อง)} = \frac{1}{20} [79500 - 20 \cdot 61.5^2] = 192.75$$

2. เฉลย 2) 2

$$2 \operatorname{cosec} \theta - \cos \theta \cot \theta = \frac{2}{\sin \theta} - \cos \theta \cdot \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{2 - \cos^2 \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1 + 1 - \cos^2 \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{1 + \sin^2 \theta}{\sin \theta}$$

$$= \sin \theta + \frac{1}{\sin \theta}$$

ให้ $\sin \theta = x > 0$ เมื่อ $0 < \theta < \pi$

$$\text{จาก } (x - 1)^2 \geq 0$$

$$\text{ดังนั้น } x^2 + 1 \geq 2x$$

$$\text{หารด้วย } x > 0 \text{ จะได้ } x + \frac{1}{x} \geq 2$$

ซึ่งมีค่าน้อยที่สุดเท่ากับ 2 เมื่อ $x = 1$

ดังนั้น ค่าสูงสุดของ k คือ 2

3. เฉลย 1) $n \leq 14$

พิจารณาอสมการ $\frac{x+3}{x-1} \geq 2 \therefore x \neq 1$

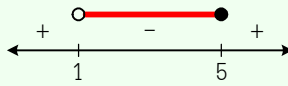
นำ $(x-1)^2$ คูณตลอด ; $(x-1)(x+3) \geq 2(x-1)^2$

$$(x-1)(x+3) - 2(x-1)^2 \geq 0$$

$$(x-1)[(x+3) - 2(x-1)] \geq 0$$

$$(x-1)(-x+5) \geq 0$$

$$(x-1)(x-5) \leq 0$$



ดังนั้น เซตคำตอบของอสมการ คือ $(1, 5]$ ทำให้ได้ว่า $A = \{2, 3, 4, 5\}$ เพราะ A เป็นเซตของจำนวนเต็ม ดังนั้น จำนวนสับเซตทั้งหมดของ A คือ $2^4 = 16$ สับเซต

เนื่องจาก ϕ เป็นสับเซตของ A ที่มีจำนวนสมาชิกเท่ากับ 0 และ A **ไม่เป็น** สับเซตแท้ของ A

ดังนั้น จำนวนสับเซตแท้ของ A ที่มีสมาชิกอย่างน้อย 1 ตัว คือ $16 - 2 = 14$ สับเซต นั่นคือ $n = 14$

4. เฉลย 1) -11

ผลบวกและผลคูณของคำตอบของ $P(x) = 0$ คือ $-a$ และ $-c$ ตามลำดับ

เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคำตอบ, ผลคูณของคำตอบ และผลบวกของสัมประสิทธิ์ ต่างมีค่าเท่ากัน ดังนั้น

$$-\frac{a}{3} = -c = 1 + a + b + c$$

เนื่องจาก $c = P(0)$ เป็นระยะตัดแกน y ของ $y = P(x)$

จะได้ว่า $c = 2$ ดังนั้น $a = 6$ และ $b = -11$

5. เฉลย 2) $3\frac{1}{6}$

จาก $f''(x) = (x+2)$

จะได้ $f'(x) = \int f''(x) dx = \int (x+2) dx$
 $= \frac{x^2}{2} + 2x + C_1$

เนื่องจากความชันของเส้นโค้ง $y = f(x)$ ที่จุด $x = 0$ เท่ากับ 3 หมายความว่า $f'(0) = 3$

แทนค่า $3 = f'(0) = \frac{0^2}{2} + 2(0) + C_1$

จะได้ $C_1 = 3$

ดังนั้น $f'(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + 3$

และจะได้ $f(x) = \int f'(x) dx$
 $= \int \left(\frac{x^2}{2} + 2x + 3 \right) dx$
 $= \frac{x^3}{6} + x^2 + 3x + C_2$

เนื่องจากเส้นโค้ง $y = f(x)$ ผ่านจุด $(0, -1)$ หมายความว่า $f(0) = -1$

แทนค่า $-1 = \frac{0^3}{6} + 0^2 + 3 \cdot 0 + C_2$

จะได้ $C_2 = -1$

ดังนั้น สมการของเส้นโค้ง คือ $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$= \frac{x^3}{6} + x^2 + 3x - 1$$

นั่นคือ $a + b + c + d = 3\frac{1}{6}$



ชุดที่ 7 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 7) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้มีค่า**ไม่เท่ากับ**

$\det A$

1) $\det \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

2) $\det \begin{bmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

3) $\det \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

4) $\det \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$

2. มีจำนวนเต็มบวกทั้งหมดกี่จำนวนที่มีค่า**ไม่เกิน** 2001 และเป็นพหุคูณของ 3 หรือ 4 แต่**ไม่ใช่** พหุคูณของ 5

1) 768

2) 801

3) 934

4) 1067

3. ให้ $S = \{x \mid 2|x| \leq |x + 1| \leq 1\} = [c, d]$ แล้ว

$|3c| + \left| \frac{d}{2} \right|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 6

2) 1

3) $\frac{2}{3}$

4) $\frac{1}{3}$

4. กำหนดให้ z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง

$$\frac{5z_1 + 1}{5z_1 + 2} = \frac{3 - 4i}{3 + i} \text{ และ } z_2 = \cos \frac{\pi}{8} - i \sin \frac{\pi}{8}$$

แล้ว $z_1 + z_2^4$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{3}{25} + \frac{16}{25}i$

2) $\frac{3}{25} + \frac{34}{25}i$

3) $-\frac{9}{25} + \frac{22}{25}i$

4) $-\frac{9}{25} + \frac{28}{25}i$

5. ในการหาความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันระหว่างคะแนนสอบกลางภาค (x) และคะแนนสอบปลายภาค (y) ของนักเรียนห้องหนึ่ง ได้สมการเป็น $y = 3x - 10$ ข้อใดต่อไปนี้เป็น **ผิด**

- 1) ถ้านักเรียน 2 คน คะแนนกลางภาคต่างกัน 5 คะแนน จะได้คะแนนปลายภาคต่างกัน โดยประมาณ 15 คะแนน
- 2) นักเรียนแต่ละคนจะได้คะแนนสอบปลายภาค โดยประมาณ 26 คะแนน เมื่อได้คะแนนสอบกลางภาค 12 คะแนน
- 3) ถ้านายแดงสอบได้คะแนนกลางภาค 10 คะแนน แล้วนายแดงจะได้คะแนนสอบปลายภาค โดยประมาณ 20 คะแนน
- 4) นักเรียนทุกคนสอบได้คะแนนปลายภาค มากกว่าคะแนนกลางภาค

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 7) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) $\det \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

1) เกิดจากการสลับหลักของเมทริกซ์ A ดังนี้

i สลับหลักที่ 1, 2 ของ A เกิดเมทริกซ์ใหม่ มี $\det$ ใหม่เท่ากับ $-\det A$

ii สลับหลักที่ 2, 3 ของเมทริกซ์ใหม่ จะได้ว่าเมทริกซ์ที่ได้ คือ $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ มี $\det$ เท่ากับ $\det A$

พอดี

2) เกิดจากการคูณ -1 กับแถว 1, 2 ของเมทริกซ์ A

$\therefore \det$ ของเมทริกซ์ใหม่ คือ $(-1)(-1) \det A = \det A$

3) เกิดจากการสลับแถว 2, 3 ของเมทริกซ์ A ทำให้ $\det$ ใหม่ คือ $-\det A$

4) คือ A^T ซึ่ง $\det(A^T) = \det A$

2. เฉลย 2) 801

ในจำนวนเต็มบวกที่ **ไม่เกิน** 2001

$$\text{มี } \left\lfloor \frac{2001}{3} \right\rfloor = 667 \text{ จำนวนที่เป็นพหุคูณของ 3}$$

$$\text{มี } \left\lfloor \frac{2001}{4} \right\rfloor = 500 \text{ จำนวนที่เป็นพหุคูณของ 4}$$

จำนวนที่เป็นทั้งพหุคูณของ 3 และ 4 (ซึ่งก็คือพหุคูณของ 12)

$$\text{มี } \left\lfloor \frac{2001}{12} \right\rfloor = 166 \text{ จำนวน}$$

ดังนั้น ในจำนวนเต็มบวกที่ **ไม่เกิน** 2001 มีพหุคูณของ 3 หรือ 4 ทั้งหมด

$$667 + 500 - 166 = 1001 \text{ จำนวน}$$

ใน 2001 จำนวนนี้ มีพหุคูณของ 5 ซึ่งต้องเป็นพหุคูณของ 15 หรือ 20 อยู่ทั้งหมด

$$\left\lfloor \frac{2001}{15} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{2001}{20} \right\rfloor - \left\lfloor \frac{2001}{60} \right\rfloor = 133 + 100 - 33 = 200 \text{ จำนวน}$$

ดังนั้น ในจำนวนเต็มบวกที่ **ไม่เกิน** 2001 มีพหุคูณของ 3 หรือ 4 แต่ **ไม่ใช่** พหุคูณของ 5 ทั้งหมด

$$1001 - 200 = 801 \text{ จำนวน}$$

หมายเหตุ : $[x] =$ จำนวนเต็ม **มากที่สุด** ซึ่งน้อยกว่าหรือเท่ากับ x

3. เฉลย 2) 1

พิจารณา $2|x| \leq |x+1| \leq 1$ จะได้ $2|x| \leq |x+1|$ และ $|x+1| \leq 1$

กรณีที่ 1

$$\begin{aligned} 2|x| &\leq |x+1| \\ \therefore 4x^2 &\leq x^2 + 2x + 1 \\ 3x^2 - 2x - 1 &\leq 0 \\ (3x+1)(x-1) &\leq 0 \\ \therefore x &\in \left[-\frac{1}{3}, 1\right] \end{aligned} \quad \dots(1)$$

กรณีที่ 2

$$\begin{aligned} |x+1| &\leq 1 \\ -1 &\leq x+1 \leq 1 \\ -2 &\leq x \leq 0 \\ \therefore x &\in [-2, 0] \end{aligned} \quad \dots(2)$$

$\therefore$ จากทั้งสองกรณี

$$x \in \left[-\frac{1}{3}, 1\right] \cap [-2, 0]$$

$$x \in \left[-\frac{1}{3}, 0\right]$$

$$\therefore c = -\frac{1}{3}, d = 0$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned} |3c| + \left|\frac{d}{2}\right| &= \left|3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)\right| + \left|\frac{0}{2}\right| \\ &= 1 + 0 \\ &= 1 \end{aligned}$$

4. เฉลย 4) $-\frac{9}{25} + \frac{28}{25}i$

จาก $\frac{5z_1+1}{5z_1+2} = \frac{3-4i}{3+i}$

จะได้

$$\begin{aligned} (3+i)(5z_1+1) &= (3-4i)(5z_1+2) \\ 15z_1+3+5iz_1+i &= 15z_1+6-20iz_1-8i \\ 25iz_1 &= 3-9i \\ \therefore z_1 &= \frac{3-9i}{25i} \end{aligned}$$

$$= -\frac{3i}{25} - \frac{9}{25} \quad \dots(1)$$

จาก

$$z_2 = \cos \frac{\pi}{8} - i \sin \frac{\pi}{8}$$

จะได้

$$z_2^4 = \cos \frac{4\pi}{8} - i \sin \frac{4\pi}{8}$$

$$= \cos \frac{\pi}{2} - i \sin \frac{\pi}{2} = -i \quad \dots(2)$$

จาก (1) และ (2) จะได้

$$\overline{z_1 + z_2^4} = -\frac{3i}{25} - \frac{9}{25} - i = -\frac{9}{25} + \frac{28}{25}i$$

5. เฉลย 4) นักเรียนทุกคนสอบได้คะแนนปลายภาคมากกว่าคะแนนกลางภาค

1) ถูก สมมติให้ ก และ ข มีคะแนนสอบกลางภาคเป็น x_k และ x_x ตามลำดับ ซึ่ง $x_x = x_k + 5$

จะได้
$$y_k = 3x_k - 10 \quad \dots(1)$$

$$y_x = 3x_x - 10$$

$$= 3(x_k + 5) - 10$$

$$= 3x_k + 5 \quad \dots(2)$$

นำ (2) - (1) ; $y_x - y_k = 15$

ดังนั้นถ้าคะแนนสอบกลางภาคต่างกัน 5 คะแนน จะได้คะแนนสอบปลายภาคต่างกันโดยประมาณ 15 คะแนน

2) ถูก เพราะ $y = 3x - 10 = 3(12) - 10 = 26$ (สอบได้กลางภาค 12 คะแนน แทนค่า $x = 12$)

∴ นักเรียนแต่ละคนจะได้คะแนนสอบปลายภาคโดยประมาณ 26 คะแนน

3) ถูก เพราะ $y = 3x - 10 = 3(10) - 10 = 20$ (นายแดงสอบได้คะแนนกลางภาค 10 คะแนน แทนค่า $x = 10$)

∴ นายแดงจะได้คะแนนสอบปลายภาคโดยประมาณ 20 คะแนน

4) ผิด เพราะถ้า x มีค่าน้อยกว่า 5 เช่น $x = 4$ จะได้ $y = 3(4) - 10 = 2$ ซึ่งน้อยกว่า x



ชุดที่ 6 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 6) จำนวน 5 ข้อ

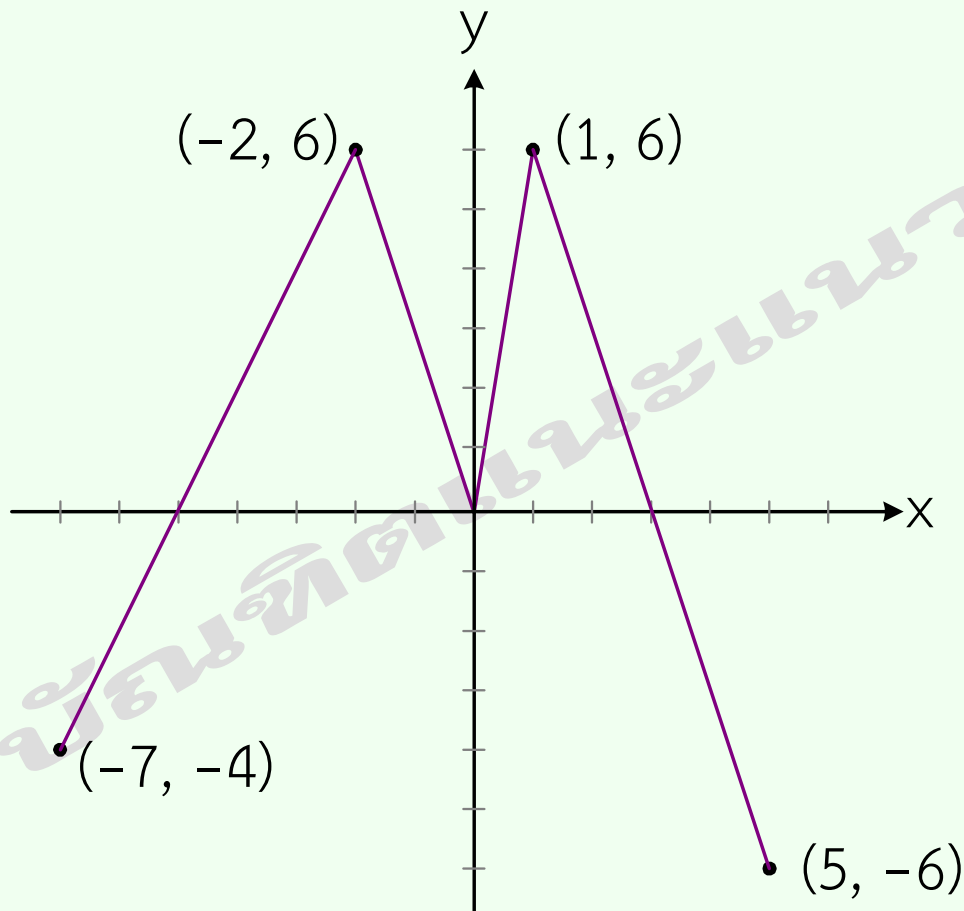
คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้า f, g, h สอดคล้องกับ $f(1) = g(1) = h(1) = 1$ และ $f'(1) = g'(1) = h'(1) = 2$ แล้ว $(f \circ (gh))'(1)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี
1) 8
2) 4
3) 2
4) 1
2. ให้ $\vec{u} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ตั้งฉากกับ $\vec{w} = \vec{i} - \vec{j} + c\vec{k}$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว ถ้า $\vec{z} = d\vec{i} + e\vec{j} + f\vec{k}$ ขนานกับ $\vec{w}$ แต่มีทิศทางตรงกันข้ามและมีขนาดเท่ากับ 3 จงหาค่าของ $d + e + f$
1) 6
2) $\sqrt{6}$
3) -6
4) $-\sqrt{6}$

3. ให้ N เป็นจำนวนเต็ม 10 หลักที่**มากที่สุด** ที่มีสมบัติว่า 3 หลักใดๆ ที่ติดกันของ N ต้องหารด้วย 7 หรือ 13 ลงตัว ผลบวกเลขโดดในทุกหลักของ N มีค่าตรงกับข้อใด
- 1) 70
 - 2) 71
 - 3) 72
 - 4) 73

4. หมายเลขโทรศัพท์อยู่ในรูปแบบ ABC-DEF-GHIJ เมื่ออักษรแต่ละตัวแทนเลขโดดที่**แตกต่างกัน** เลขโดดในแต่ละช่วงมีค่าลดลง หมายความว่า $A > B > C$, $D > E > F$ และ $G > H > I > J$ ถ้า D , E , และ F เป็นเลขคู่เรียงกัน G , H , I และ J เป็นเลขคี่เรียงกัน และ $A + B + C = 9$ จงหาค่าของ A
- 1) 5
 - 2) 6
 - 3) 7
 - 4) 8

5. ถ้ากราฟของฟังก์ชัน f แสดงในรูปข้างล่าง แล้วสมการ $f(f(x)) = 6$ มีกี่คำตอบ



- 1) 2
- 2) 4
- 3) 5
- 4) 6

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 6) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) 8

$$\begin{aligned}(fo(gh))'(x) &= f'(gh(x))(gh)'(x) \\ &= f'(g(x) \cdot h(x))[g(x)h'(x) + h(x)g'(x)] \\ \therefore (fo(gh))'(1) &= f'(g(1) \cdot h(1))[g(1)h'(1) + h(1)g'(1)] \\ &= [f'(1 \cdot 1)][(1 \cdot 2) + (1 \cdot 2)] \\ &= [f'(1)][2 + 2] \\ &= 2 \cdot 4 = 8\end{aligned}$$

2. เฉลย 2) $\sqrt{6}$

$\vec{u}$ และ $\vec{w}$ ตั้งฉากกันก็ต่อเมื่อ $\vec{u} \cdot \vec{w} = 0$

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{w} &= (3)(1) + (-1)(-1) + 2c = 0 \\ c &= -2\end{aligned}$$

เนื่องจาก $\vec{z}$ ขนานกับ $\vec{w}$ แต่มีทิศทางตรงกันข้ามและมีขนาดเท่ากับ 3

ดังนั้น

$$\begin{aligned}\vec{z} &= -\frac{3}{|\vec{w}|} \cdot \vec{w} \\ \vec{z} &= -\frac{3}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2}} \cdot (\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}) \\ &= -\frac{3}{\sqrt{6}}(\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k})\end{aligned}$$

ดังนั้น

$$d + e + f = -\frac{3}{\sqrt{6}} + \frac{3}{\sqrt{6}} + \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$$

3. เฉลย 4) 73

เริ่มจากหา 3 หลักแรกทางซ้ายของ N เนื่องจาก N ต้องมีค่ามากที่สุด ทำให้ 3 หลักซ้ายต้องมีค่ามากที่สุด และหารด้วย 7 หรือ 13 ลงตัว ซึ่งก็คือ 994 (หารด้วย 7 ลงตัว)

$\therefore$ หลักต่อไปจะเป็น 94x ซึ่งต้องหารด้วย 7 หรือ 13 ลงตัว และ x ต้องมีค่ามากที่สุด จึงได้ x เป็น 9 ($\because$ 949 หารด้วย 13 ลงตัว)

ด้วยวิธีการนี้จะได้ $N = 9949756798$

[994 $\rightarrow$ 7 ทหารลงตัว, 949 $\rightarrow$ 13 ทหารลงตัว, 497 $\rightarrow$ 7 ทหารลงตัว, 975 $\rightarrow$ 13 ทหารลงตัว, 756 $\rightarrow$ 7 ทหารลงตัว, 567 $\rightarrow$ 7 ทหารลงตัว, 679 $\rightarrow$ 7 ทหารลงตัว, 798 $\rightarrow$ 7 ทหารลงตัว]

ดังนั้น ผลบวกเลขโดดในทุกหลักของ N จึงเป็น $9 + 9 + 4 + 9 + 7 + 5 + 6 + 7 + 9 + 8 = 73$

4. เฉลย 4) 8

เลขโดด 4 ตัวสุดท้าย GHJ คือ 9753 หรือ 7531 เลขโดดที่เป็นเลขคี่ที่เหลือ (1 หรือ 9 ตามลำดับ) คือ A, B หรือ C เนื่องจาก $A + B + C = 9$ เลขโดด A, B, C ที่เป็นเลขคี่ต้องเป็น 1 (เป็น 9 ไม่ได้เพราะผลบวกจะเกิน 9) ดังนั้น ผลบวกของเลขโดด 2 ตัวใน ABC ที่เป็นเลขคู่ เท่ากับ 8 เลขโดด 3 ตัวใน DEF คือ 864, 642, หรือ 420 เหลือเลขโดด 2 ตัว คือ 2 กับ 0, 8 กับ 0 หรือ 8 กับ 6 ตามลำดับ ดังนั้น ABC คือ 810 ได้กรณีเดียวเท่านั้น โดยเลขโดดตัวแรก คือ 8 และหมายเลขโทรศัพท์ที่กำหนดให้ คือ 810-642-9753

5. เฉลย 4) 6

จาก $f(f(x)) = 6$ จะได้ว่า $f(x) = -2$ หรือ $f(x) = 1$
เส้นแนวนอน $y = f(x) = -2$ ตัดกราฟของ f สองครั้ง
ดังนั้น $f(x) = -2$ มี 2 คำตอบ
ทำนองเดียวกัน $f(x) = 1$ มี 4 คำตอบ
ดังนั้น $f(f(x)) = 6$ มี $2 + 4 = 6$ คำตอบ



บัณฑิตแนะนา

ชุดที่ 5 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 5) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

- กำหนดให้ f เป็นเส้นโค้งซึ่งผ่านจุดกำเนิดและมีอัตราการเปลี่ยนแปลงเทียบกับ x ที่จุด x ใดๆ เท่ากับ $6x - 2$ ถ้าเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (a, b) ขนานกับแกน x แล้ว $a + b$ มีค่าตรงกับข้อใดต่อไปนี้
 - 0
 - 9
 - 15
 - 27

2. ในงานเลี้ยงสังสรรค์ครั้งหนึ่งมีผู้ชายมา 6 คน และผู้หญิงมา 6 คน แต่โต๊ะอาหารที่จองไว้เป็น โต๊ะกลม 7 ที่นั่ง จึงตกลงกันว่าจะเลือกผู้ชายมานั่งโต๊ะนี้ 4 คน และเลือกผู้หญิงมา 3 คน ในการจัดที่นั่งรอบโต๊ะนี้ จะจัดได้จำนวนวิธีเท่ากับข้อใด ถ้าผู้หญิงต้องนั่งแยกกันทั้งหมด

1) $15 \times 20 \times 3! \times 3!$

2) $15 \times 20 \times 2! \times 4!$

3) $15 \times 20 \times 3! \times 4!$

4) $15 \times 20 \times 2 \times 2! \times 4!$

3. สมการ $\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x+1)^2} + \frac{d}{(x+2)} = 0$

มี $2 - 3i$, $1 + i$ เป็นราก โดย a , b , c , d เป็นจำนวนจริง จงหาค่าของ $a + 2b - c + d$

1) 6

2) 3

3) 1

4) -1

4. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม (มีค่าเดียว) และพิสัยของจำนวนเต็ม 8 จำนวนต่างมีค่าเท่ากับ 8 จงหาจำนวนเต็มที่**มากที่สุด**ในจำนวนทั้งแปดนี้

1) 11

2) 12

3) 13

4) 14

5. กำหนดให้

$$A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกและ } x \leq 100\}$$

$$B = \{x \in A \mid (x, 15) = 1\}$$

จงหาจำนวนสมาชิกของเซต B

1) 47

2) 50

3) 53

4) 56

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 5) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) 0

จากโจทย์ จะได้ว่า $f'(x) = 6x - 2$ ทุก $x \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad f(x) &= \int (6x - 2) dx \\ &= 3x^2 - 2x + c \end{aligned}$$

แต่ f ผ่านจุดกำเนิด $(0, 0)$ ดังนั้น $f(0) = 0$

$$\text{นั่นคือ} \quad 3(0)^2 - 2(0) + c = 0$$

$$\therefore c = 0 \text{ ทำให้ได้ว่า} \quad f(x) = 3x^2 - 2x$$

เนื่องจากเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (a, b) ขนานแกน x ดังนั้น $f'(a) = 6a - 2 = 0$

$$\therefore a = \frac{1}{3}$$

ที่จุด (a, b) ;

$$\begin{aligned} b &= f(a) \\ &= f\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{1}{3}\right) \\ &= \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = 0$$

2. เฉลย 3) $15 \times 20 \times 3! \times 4!$

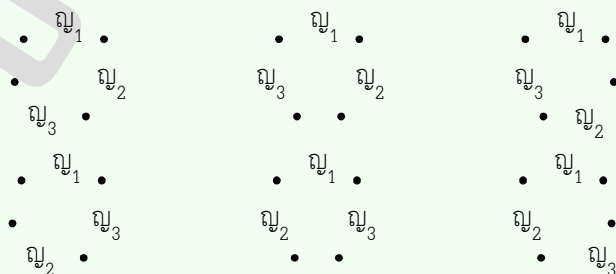
แบ่งงานเป็น 3 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เลือกผู้ชาย 4 คน จาก 6 คน ได้ $\binom{6}{4} = 15$ วิธี

ขั้นที่ 2 เลือกผู้หญิง 3 คน จาก 6 คน ได้ $\binom{6}{3} = 20$ วิธี

ขั้นที่ 3 จัดคน 7 คน นั่งรอบโต๊ะกลม

3.1 จัดผู้หญิง 3 คน นั่งรอบโต๊ะกลมก่อนได้ $3! = 6$ วิธี ดังนี้



3.2 จัดผู้ชาย 4 คน เข้านั่งรอบโต๊ะกลมได้ $4!$ วิธี

$$\therefore \text{จะจัดคนนั่งรอบโต๊ะได้ทั้งหมด} = 15 \times 20 \times 3! \times 4! \text{ วิธี}$$

3. เฉลย 1) 6

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{(x+1)^2} + \frac{d}{(x+2)} = 0$$

จะได้ $a(x-2)(x+1)^2(x+2) + b(x-1)(x+1)^2(x+2) + c(x-1)(x-2)(x+2) + d(x-1)(x-2)(x+1)^2 = 0$

ซึ่งมีราก คือ $(2-3i)$ และ $(1+i)$ $\therefore a, b, c, d \in \mathbf{R}$

ดังนั้น $(2+3i)$ และ $(1-i)$ เป็นรากของสมการด้วย

$$\therefore a(x-2)(x+1)^2(x+2) + b(x-1)(x+1)^2(x+2) + c(x-1)(x-2)(x+2) + d(x-1)(x-2)(x+1)^2$$

$$= (x-2-3i)(x-2+3i)(x-1-i)(x-1+i)$$

$$= (x^2 - 4x + 13)(x^2 - 2x + 2)(*)$$

แทนค่า $x = 1$ ใน (*) จะได้ $-12a = 10 \therefore a = -\frac{5}{6}$

แทนค่า $x = 2$ ใน (*) จะได้ $36b = 18 \therefore b = \frac{1}{2}$

แทนค่า $x = -1$ ใน (*) จะได้ $6c = 90 \therefore c = 15$

แทนค่า $x = -2$ ใน (*) จะได้ $12d = 250 \therefore d = \frac{125}{6}$

$$\therefore a + 2b - c + d = -\frac{5}{6} + 2 \cdot \frac{1}{2} - 15 + \frac{125}{6} = 6$$

4. เฉลย 4) 14

เซตของจำนวน 6, 6, 6, 8, 8, 8, 8, 14 สอดคล้องกับเงื่อนไขที่กำหนดให้ ดังนั้นคำตอบ คือ จำนวนเต็มที่มีค่าอย่างน้อย 14 ถ้าจำนวนที่มากที่สุด คือ 15 เซตของจำนวนที่ต้องการจะต้องเรียงกัน ในรูปแบบ 7, —, —, 8, 8, —, —, 15 แต่ $7 + 8 + 8 + 15 = 38$ และเนื่องจากค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8 ทำให้ผลบวกของ 8 จำนวนต้องเท่ากับ 64 และอีก 4 จำนวนที่เว้นไว้ต้องมีผลบวกเท่ากับ $64 - 38 = 26$ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 6.5 แสดงว่ามีอย่างน้อยหนึ่งจำนวนที่มีค่าน้อยกว่า 7 ขัดแย้งกับสมมุติฐานที่กำหนดไว้ว่า จำนวนที่น้อยที่สุด คือ 7 ดังนั้น จำนวนที่มากที่สุดที่เป็นไปได้ในเซตนี้ คือ 14

5. เฉลย 3) 53

จากโจทย์ $A = \{x \mid x \text{ เป็นจำนวนเต็มบวกและ } x \leq 100\}$

$$B = \{x \in A \mid (x, 15) = 1\}$$

เนื่องจาก $15 = 3 \times 5$ ดังนั้นจำนวนเต็มบวก x ซึ่ง $(x, 15) = 1$

คือ จำนวนเต็มบวกซึ่ง $3 \nmid x$ และ $5 \nmid x$

$$\therefore B = \{x \in A \mid 3 \nmid x \text{ และ } 5 \nmid x\}$$

ให้

$$C = \{x \in A \mid 3 \mid x\}$$

$$= \{3, 6, 9, \dots, 99\} \therefore n(C) = 33$$

และ

$$D = \{x \in A \mid 5 \mid x\}$$

$$= \{5, 10, 15, \dots, 100\} \therefore n(D) = 20$$

จะได้

$$C \cap D = \{x \in A \mid 3 \mid x \text{ และ } 5 \mid x\} = \{x \in A \mid 15 \mid x\}$$

$$= \{15, 30, 45, 60, 75, 90\} \therefore n(C \cap D) = 6$$

และ

$$n(C \cup D) = n(C) + n(D) - n(C \cap D)$$

$$= 33 + 20 - 6 = 47$$

จาก

$$B = (C \cup D)'$$

ดังนั้น

$$n(B) = n(C \cup D)' = 100 - 47 = 53$$



ชุดที่ 4 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 4) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. นิยาม $\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$

$$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$$

เมื่อ A_i เป็นเซตใดๆ และ n เป็นจำนวนนับ
ข้อใดต่อไปนี้ผิด

1) $\bigcup_{i=1}^n [1, i] = [1, n]$

2) $\bigcup_{i=1}^n [i, i + 1) = [1, n + 1)$

3) $\bigcap_{i=1}^n [0, i) = \{0\}$

4) $\bigcap_{i=1}^n (i, i + 1) = \phi$

2. กำหนดให้ $a \in R$ และ x, y, z สอดคล้องกับระบบสมการ

$$x + y - z = 1$$

$$2x + 3y + az = 3$$

$$x + ay + 3z = 2$$

ถ้า $A = \{a \in R \mid \text{มี } x, y, z \text{ เพียงชุดเดียวที่สอดคล้องระบบสมการข้างต้น}\}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้

ถูกต้อง

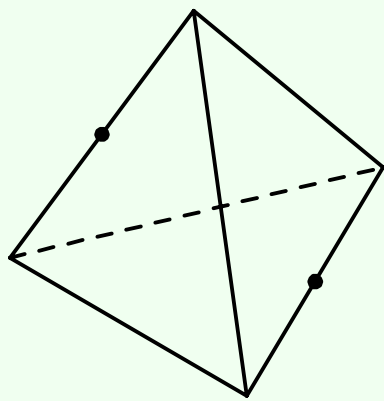
1) $R - A$ เป็นเซตจำกัด

2) ถ้า $a, b \in A$ และ $a \neq b$ แล้ว $a + b \geq 0$

3) $\forall x \in A [x^2 - 4x + 3 \leq 0]$

4) $\forall x \in A \exists y \in A [x + y] = 0$

3. แมลงตัวหนึ่งเกาะอยู่ที่ผิวของรูปทรงสี่หน้า ซึ่งแต่ละหน้าเป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่เท่ากันทุกประการ และขอบยาวด้านละ 1 หน่วย แมลงต้องการเดินไปตามผิวของรูปทรงสี่หน้า จากจุดกึ่งกลางของขอบด้านหนึ่งไปยังจุดกึ่งกลางของขอบด้านตรงข้าม จงหาระยะทางที่**สั้นที่สุด**ของเส้นทางการเดินทางของแมลง (กล่าวว่าขอบ 2 ด้านใดๆ ของรูปทรงหลายหน้าเป็นขอบที่อยู่ตรงข้ามกัน ถ้าขอบ 2 ด้านนั้น**ไม่มี**จุดปลายร่วมกันเลย)



- 1) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ หน่วย
- 2) 1 หน่วย
- 3) $\sqrt{2}$ หน่วย
- 4) $\frac{3}{2}$ หน่วย

4. สำหรับจำนวนเต็มบวก n ที่น้อยกว่า 2002

กำหนด $a_n = 11$ ถ้า n หารด้วย 13 และ 14
ลงตัว

$a_n = 13$ ถ้า n หารด้วย 14 และ 11
ลงตัว

$a_n = 14$ ถ้า n หารด้วย 11 และ 13
ลงตัว

$a_n = 0$ สำหรับค่าอื่นๆ ของ n

จงหาค่าของ $\sum_{n=1}^{2001} a_n$

1) 448

2) 486

3) 1560

4) 2001

5. กำหนดให้ $f(x) = 2^{x-2} + \log_2(x^2 + 2x + 3)$

และ $A = \{y = f(x) \mid x \in [-1, 1]\}$

ถ้า $a, b \in A$ แล้ว $a - b$ มีค่าต่ำสุดเท่าใด

1) $-\frac{7}{3}$

2) $-\frac{3}{8} - \log_2 3$

3) $-\frac{5}{4}$

4) $\log_2 3 - \frac{1}{4}$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 4) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) $\bigcap_{i=1}^n [0, i) = \{0\}$

1) ถูก เพราะ $\bigcup_{i=1}^n [1, i) = \{1\} \cup [1, 2) \cup \dots \cup [1, n) = [1, n)$

2) ถูก เพราะ $\bigcup_{i=1}^n [i, i+1) = [1, 2) \cup [2, 3) \cup \dots \cup [n, n+1) = [1, n+1)$

3) ผิด เพราะ $\bigcap_{i=1}^n [0, i) = [0, 1) \cap [0, 2) \cap \dots \cap [0, n) = [0, 1)$

4) ถูก เพราะ $\bigcap_{i=1}^n (i, i+1) = (1, 2) \cap (2, 3) \cap \dots \cap (n, n+1) = \emptyset$

2. เฉลย 1) $R - A$ เป็นเซตจำกัด

จากโจทย์ $A = \{a \in \mathbb{R} \mid \text{มี } x, y, z \text{ เพียงชุดเดียวที่สอดคล้องระบบสมการที่กำหนด}\}$

$$= \left\{ a \in \mathbb{R} \mid \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & a \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix} \neq 0 \right\}$$

$$= \{a \in \mathbb{R} \mid (9 + a - 2a) - (-3 + a^2 + 6) \neq 0\}$$

$$= \{a \in \mathbb{R} \mid -a^2 - a + 6 \neq 0\}$$

$$= \{a \in \mathbb{R} \mid a^2 + a - 6 \neq 0\}$$

$$= \{a \in \mathbb{R} \mid (a+3)(a-2) \neq 0\}$$

$$\therefore A = \mathbb{R} - \{2, -3\}$$

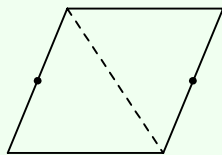
1) ถูก เพราะ $R - A = \{2, -3\}$ เป็นเซตจำกัด

2) ผิด เพราะ ถ้า $a, b \in A$, $a \neq b$ แล้ว $a + b$ อาจน้อยกว่า 0 ได้ เช่น $a = 0$, $b = -1$

3) ผิด เพราะ $0 \in A$ และ $0^2 - 4(0) + 3 \geq 0$

4) ผิด เพราะ $3 \in A$ แต่ไม่มี $y \in A$ ซึ่ง $3 + y = 0$

3. เฉลย 2) 1 หน่วย



คลี่รูปทรงสี่หน้าบนระนาบ จุดกึ่งกลาง 2 จุดบนขอบที่อยู่ตรงข้ามกันกลายเป็นจุดกึ่งกลางของด้านตรงข้ามของรูปสี่เหลี่ยมขนมเปียกปูนที่มีแต่ละด้านยาว 1 หน่วย ดังนั้น จุดกึ่งกลางของขอบตรงข้ามของรูปทรงสี่หน้าที่กำหนดให้จึงห่างกัน 1 หน่วย เมื่อพับรูปสามเหลี่ยมกลับไปเป็นรูปทรงสี่หน้า ระยะทางยังคง **สั้นที่สุด**

4. เฉลย 1) 448

เนื่องจาก $2002 = 11 \cdot 13 \cdot 14$

พิจารณาจำนวนเต็มบวก n ที่มีค่าน้อยกว่า 2002

ถ้า $n = 13 \cdot 14 \cdot i$ เมื่อ $i = 1, 2, \dots, 10$ จะได้ $a_n = 11$

ถ้า $n = 14 \cdot 11 \cdot j$ เมื่อ $j = 1, 2, \dots, 12$ จะได้ $a_n = 13$

ถ้า $n = 11 \cdot 13 \cdot k$ เมื่อ $k = 1, 2, \dots, 13$ จะได้ $a_n = 14$

$a_n = 0$ สำหรับค่าอื่นๆ ของ n

ดังนั้น
$$\sum_{n=1}^{2001} a_n = 11 \cdot 10 + 13 \cdot 12 + 14 \cdot 13 + 0$$
$$= 448$$

5. เฉลย 2) $-\frac{3}{8} - \log_2 3$

ให้ $g(x) = 2^{x-2}$ และ $h(x) = \log_2(x^2 + 2x + 3)$

เนื่องจาก $g(x) = 2^{x-2}$ เป็นฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลที่มีฐานเป็นจำนวนจริงซึ่งมีค่ามากกว่า 1
 $\therefore g(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน $[-1, 1]$

พิจารณา
$$\begin{aligned} h(x) &= \log_2(x^2 + 2x + 3) \\ &= \log_2((x^2 + 2x + 1) + 2) \\ &= \log_2((x + 1)^2 + 2) \end{aligned}$$

เนื่องจาก $h(x)$ เป็นฟังก์ชันลอการิทึมที่มีฐานเป็นจำนวนจริงซึ่งมีค่ามากกว่า 1 และ $(x + 1)^2 + 2$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน $[-1, 1]$ $\therefore h(x)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่ม

ทำให้ได้ว่า $f(x) = 2^{x-2} + \log_2(x^2 + 2x + 3)$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มบน $[-1, 1]$

ดังนั้น
$$\begin{aligned} f(-1) &= 2^{-3} + \log_2 2 \\ &= \frac{1}{8} + 1 = \frac{9}{8} \text{ เป็นค่าต่ำสุดของ } f \text{ บน } [-1, 1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= 2^{-1} + \log_2 6 \\ &= \frac{1}{2} + \log_2 2 + \log_2 3 \\ &= \frac{3}{2} + \log_2 3 \text{ เป็นค่าสูงสุดของ } f \text{ บน } [-1, 1] \end{aligned}$$

ดังนั้น สำหรับ $a, b \in A$ ค่าต่ำสุดของ $a - b$ คือ

$$\frac{9}{8} - \frac{3}{2} - \log_2 3 = -\frac{3}{8} - \log_2 3$$



ชุดที่ 3 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 3) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่ง คือ 5, 4, a, 6, 8, 9, 10, b, 7, 15 โดยที่ a และ b เป็นจำนวนนับที่มีค่าน้อยกว่า 15 ถ้าพิสัยและฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้ คือ 12 และ 10 ตามลำดับ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- 1) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < Q_3
- 2) มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < D_7
- 3) P_{50} < ฐานนิยม < Q_3
- 4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < P_{50} < D_7

2. ให้ $f(x) = \sum_{i=1}^5 (x-i)^2$ แล้วค่าต่ำสุดของ f ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

- 1) 10
- 2) 8
- 3) 4
- 4) 2

3. กำหนด $\frac{x^2}{a_1^2} + \frac{y^2}{b_1^2} = 1$ โดยที่ $a > b$ เป็น

สมการวงรี และ $\frac{x^2}{a_2^2} - \frac{y^2}{b_2^2} = 1$

เป็นสมการไฮเพอร์โบลา ถ้า $a_1^2 - b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$ จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. วงรีและไฮเพอร์โบลามีจุดโฟกัสอยู่ที่เดียวกัน

ข. ถ้า $a_1^2 = a_2^2$ แล้วมีจุดอยู่ 2 จุด ที่อยู่ทั้งบนวงรีและไฮเพอร์โบลา

ข้อใด**ถูกต้อง**

- 1) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข.
- 2) ถูกเฉพาะข้อ ก.
- 3) ถูกเฉพาะข้อ ข.
- 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

4. ให้ L เป็นเส้นตรงที่ผ่านจุดกำเนิดและสัมผัสกับเส้นโค้ง $y = x^2 + 3x + 4$ ที่จุด $P(a, b)$ ซึ่งอยู่ในควอดรันต์ที่ 1 จงหาค่าของ $b - a$

1) 12

2) 13

3) 14

4) 16

5. ผลลัพธ์ของ $\sum_{k=1}^3 \arctan\left(\frac{1}{k}\right)$ มีค่าเท่ากับข้อใด

1) $\frac{\pi}{2}$

2) π

3) $\frac{3\pi}{2}$

4) $2\pi - 1$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 3) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 2) มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < D₇

จากข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ สมมติ $a < b$ เราจะสามารถเรียงข้อมูลจากค่าน้อยไปมากได้เป็น $a, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, b, 15$

เนื่องจาก พิสัย = 12 นั่นคือ $15 - a = 12 \therefore a = 3$

เนื่องจาก ฐานนิยม = 10 $\therefore b = 10$

ดังนั้น ข้อมูลชุดนี้ คือ 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 10, 15

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{3+4+5+6+7+8+9+10+10+15}{10} = 7.7$$

$$\text{มัธยฐาน} = \frac{7+8}{2} = 7.5$$

$$\text{ตำแหน่ง } P_{50} = (10+1) \frac{50}{100} = 5.5 \quad \therefore P_{50} = 7 + (0.5)(8-7) = 7.5$$

$$\text{ตำแหน่ง } Q_3 = (10+1) \cdot \frac{3}{4} = 8.25 \quad \therefore Q_3 = 10 + 0.25(10-10) = 10$$

$$\text{ตำแหน่ง } D_7 = (10+1) \frac{7}{10} = 7.7 \quad \therefore D_7 = 9 + 0.7(10-9) = 9.7$$

ดังนั้น มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < D₇

2. เฉลย 1) 10

$$\therefore \sum_{i=1}^N (x_i - a)^2 \text{ มีค่าน้อยสุดเมื่อ } a = \bar{x}$$

$$\text{ดังนั้น } f(x) = \sum_{i=1}^5 (x-i)^2 = (x-1)^2 + (x-2)^2 + \dots + (x-5)^2$$

$$= (1-x)^2 + (2-x)^2 + \dots + (5-x)^2$$

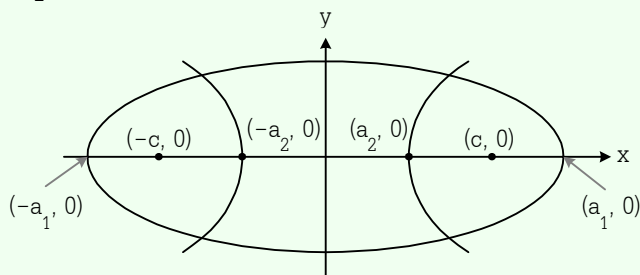
$$f(x) \text{ มีค่าน้อยที่สุด เมื่อ } x = \frac{1+2+3+4+5}{5} = 3$$

$$\therefore \text{ค่าต่ำสุดของ } f(x) \text{ คือ } f(3) = (3-1)^2 + (3-2)^2 + \dots + (3-5)^2 = 4 + 1 + 0 + 1 + 4 = 10$$

3. เฉลย 2) ถูกเฉพาะข้อ ก.

ก. ถูก จากวงรี $c_1^2 = a_1^2 - b_1^2$ จากไฮเพอร์โบลา $c_2^2 = a_2^2 + b_2^2$ และจากโจทย์ $a_1^2 - b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$ ทำให้ $c_1 = c_2$

ข. ผิด จากโจทย์ $a_1^2 - b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$ ถ้า $a_1^2 = a_2^2$ แล้ว จะได้ $-b_1^2 = b_2^2$ ซึ่งเป็นไปไม่ได้ กรณีเดียว คือ $b_1 = b_2 = 0$ จะไม่ได้กราฟวงรีและไฮเพอร์โบลา



4. เฉลย 1) 12

เส้นตรง L มีความชัน $\frac{dy}{dx}\bigg|_{(a,b)} = 2x + 3\bigg|_{(a,b)} = 2a + 3$ และผ่านจุด $(0, 0)$

สมการของเส้นตรง L คือ $y - 0 = (2a + 3)(x - 0)$

$$y = (2a + 3)x$$

เส้นตรง L และเส้นโค้งสัมผัสกันที่จุด $P(a, b)$

ดังนั้น $(2a + 3)a = a^2 + 3a + 4$

$$a = 2$$

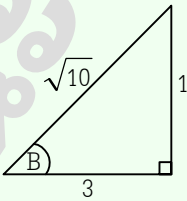
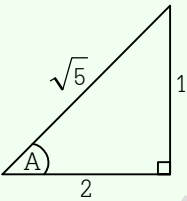
$[a = -2$ ไม่ได้ เพราะว่า $P(a, b)$ อยู่ในควอดรันต์ที่ 1]

และจะได้ $b = (2a + 3) \cdot a$
 $= (2 \cdot 2 + 3) \cdot 2 = 14$

ดังนั้น $b - a = 14 - 2 = 12$

5. เฉลย 1) $\frac{\pi}{2}$

พิจารณา
$$\sum_{k=1}^3 \arctan\left(\frac{1}{k}\right) = \arctan 1 + \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right)$$
$$= \frac{\pi}{4} + \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right) \quad \dots(1)$$



ให้ $A = \arctan\left(\frac{1}{2}\right)$ และ $B = \arctan\left(\frac{1}{3}\right)$ $\therefore \tan A = \frac{1}{2}$ และ $\tan B = \frac{1}{3}$

ดังนั้น
$$\tan\left(\arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right)\right) = \tan(A + B)$$
$$= \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$
$$= \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right)}$$
$$= 1$$
$$\therefore \arctan\left(\frac{1}{2}\right) + \arctan\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4} \quad \dots(2)$$

แทน (2) ใน (1) จะได้
$$\sum_{k=1}^3 \arctan\left(\frac{1}{k}\right) = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$



ชุดที่ 2 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้ a_n เป็นลำดับซึ่ง $a_1 = 5$ และ $a_n = \sqrt{3a_{n-1} + 10}$ สำหรับทุกจำนวนนับ $n \geq 2$ ถ้าลำดับ a_n ลู่เข้า แล้วจงหาขีดจำกัดของลำดับ a_n

- 1) 3
- 2) 4
- 3) 5
- 4) 6

2. จงหาค่าของ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 + 2^x}{8 - 2^x}$

- 1) -1
- 2) 0
- 3) 1
- 4) 2

3. ให้ $P(x)$ แทนพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริงและมีดีกรีน้อยกว่าหรือเท่ากับ 4 ถ้าสมการ $P(x) = 6$ สามารถหาคำตอบที่แตกต่างกันได้ 6 คำตอบ แล้วค่าของ $P(5)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

1) 0

2) 5

3) 6

4) หาไม่ได้เพราะข้อมูลไม่เพียงพอ

4. กำหนดข้อมูลชุดหนึ่ง คือ $x_1, x_2, \dots, x_n$ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ $\bar{x}$ และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ m จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ข้อมูล $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ $|a|m + b$ เมื่อ a และ $b \in \mathbb{R}$

ข. ถ้าข้อมูล $x_1, x_2, \dots, x_n, \bar{x}$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $t > 1$ แล้ว $t < m$

ข้อใดต่อไปนี้ **ถูกต้อง**

1) ถูกเฉพาะข้อ ก. 2) ถูกเฉพาะข้อ ข.

3) ถูกทั้งข้อ ก. และ ข. 4) ผิดทั้งข้อ ก. และ ข.

5. ให้ L เป็นเส้นตรงในระบบพิกัดฉากสามมิติ

ซึ่งขนานกับเวกเตอร์ $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ถ้าเส้นตรงนี้ผ่านจุด

$(-2, 3, 5)$ แล้วจุดบน L สอดคล้องกับสมการใดต่อไปนี

1) $2x + 4 = y - 3 = 3z - 15$

2) $x + 2 = y - 3 = z - 5$

3) $-6x - 12 = 3y - 9 = 10 - 2z$

4) $6x + 12 = 9 - 3y = 2z - 10$

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 2) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 3) 5

เนื่องจาก a_n เป็นลำดับลู่เข้า ให้ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n-1} = k$

$$\text{จาก } a_n = \sqrt{3a_{n-1} + 10}$$

$$\text{จะได้ } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \sqrt{3 \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n-1} + 10}$$

$$k = \sqrt{3k + 10} \quad (\because \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n-1} = k)$$

$$k^2 = 3k + 10$$

$$k^2 - 3k - 10 = 0$$

$$(k - 5)(k + 2) = 0 \quad \therefore k = 5 \text{ (เพราะ } a_n \geq 0)$$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = k = 5$$

2. เฉลย 1) -1

หารทั้งเศษและส่วนของฟังก์ชันด้วย 2^x

$$\frac{8 + 2^x}{8 - 2^x} = \frac{\frac{1}{2^x}(8 + 2^x)}{\frac{1}{2^x}(8 - 2^x)} = \frac{8 \cdot 2^{-x} + 1}{8 \cdot 2^{-x} - 1}$$

เมื่อ $x \rightarrow \infty$ จะได้ $2^{-x} \rightarrow 0$ และ $8 \cdot 2^{-x} \rightarrow 0$

$$\text{ดังนั้น } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8 + 2^x}{8 - 2^x} = \frac{1}{-1} = -1$$

3. เฉลย 3) 6

พิจารณาพหุนาม $P(x) - 6$ ซึ่งจะมีดีกรีน้อยกว่าหรือเท่ากับ 4

ถ้า $P(x) \neq 6$ แล้วสมการ $P(x) - 6 = 0$ จะมีคำตอบได้ไม่เกิน 4 คำตอบ

แต่เนื่องจากโจทย์กำหนดให้ $P(x) - 6 = 0$ สามารถหาคำตอบที่แตกต่างกันได้ 6 คำตอบ

ดังนั้น พหุนาม $P(x)$ เป็นพหุนามคงตัว นั่นคือ $P(x) = 6$ (ทุกค่า $x \in \mathbb{R}$ เป็นคำตอบหมด)

เพราะฉะนั้น $P(5) = 6$

4. เฉลย 2) ถูกเฉพาะข้อ ข.

ก. ผิด

ถ้าข้อมูล $x_1, x_2, \dots, x_n$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ m แล้ว

$ax_1, ax_2, \dots, ax_n$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือ $lalm$

และการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากันเพิ่มให้ข้อมูลทั้งหมด **ไม่มี**ผลกระทบต่อส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$\therefore ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน $lalm$

ข. ถูก

จากโจทย์
$$m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

เนื่องจาก ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ $x_1, x_2, \dots, x_n, \bar{x}$ คือ $\bar{x}$

ดังนั้น
$$t = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 + (\bar{x} - \bar{x})^2}{n+1}}$$
$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + 0}{n+1}}$$
$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n+1}}$$

$$\therefore 1 < t^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n+1} < \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = m^2$$

$$\therefore 1 < t < m$$

5. เฉลย 4) $6x + 12 = 9 - 3y = 2z - 10$

ให้ $P(x, y, z)$ เป็นจุดใดๆ บนเส้นตรง L และ $(-2, 3, 5)$ เป็นจุดบนเส้นตรง L

$$\therefore L // \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \text{ดังนั้น} \quad \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix} // \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \therefore \begin{aligned} x + 2 &= t \\ y - 3 &= -2t \\ z - 5 &= 3t \end{aligned}$$
$$\begin{bmatrix} x+2 \\ y-3 \\ z-5 \end{bmatrix} // \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$
$$\therefore \text{มี } t \in \mathbf{R} \text{ ซึ่ง } \begin{bmatrix} x+2 \\ y-3 \\ z-5 \end{bmatrix} = t \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$
$$\therefore x + 2 = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-5}{3}$$

ใช้ 6 คูณตลอด จะได้

$$6x + 12 = 9 - 3y = 2z - 10$$



ชุดที่ 1 : คณิตศาสตร์ ม.4-ม.6

แบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) จำนวน 5 ข้อ

คำสั่ง : เลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. กำหนดให้ p , q , r และ s เป็นประพจน์
จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้าประพจน์ $(p \vee r) \rightarrow (q \rightarrow (r \vee s))$
มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $(q \wedge r) \rightarrow$
 $(p \wedge s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข. ประพจน์ $[p \wedge (q \wedge \sim q)] \vee [q \wedge$
 $(r \vee \sim r)]$ สมมูลกับประพจน์ q

ข้อใดต่อไปนี้ **ถูกต้อง**

- 1) ก. และ ข. ถูก
- 2) ก. ถูก และ ข. ผิด
- 3) ก. ผิด และ ข. ถูก
- 4) ก. และ ข. ผิด

2. กำหนดให้ ไฮเพอร์โบลารูปหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง อยู่ที่จุด $(3, -1)$ แกนสังยุคขนานแกน y ยาว 4 หน่วย และผ่านจุด $(-2, \frac{5}{3})$ แล้วจุดยอดจุดหนึ่งของไฮเพอร์โบลานี้ตรงกับจุดยอดของพาราโบลา ในข้อใด

1) $y^2 - 2y - 4x + 25 = 0$

2) $y^2 - 2y - 4x + 1 = 0$

3) $x^2 - 12x - 4y + 40 = 0$

4) $x^2 - 4y - 4 = 0$

3. จงหาจำนวนวิธีวางหมาก 8 ตัวที่**แตกต่างกัน** ลงบนตารางหมากรูกขนาด 8×8 โดย**ไม่มี**หมากสองตัวใดๆ อยู่ในแถวเดียวกันหรือหลักเดียวกัน

1) $204 \cdot 8!$

2) $(8!)^2$

3) 204

4) 64

4. สัมประสิทธิ์พจน์ x^2 จากการกระจาย $(x + 1)^7$
 $(2x - 1)^7$ ตรงกับข้อใด

1) 35

2) -35

3) 7

4) -7

5. ให้ v, w, x, y และ z เป็นขนาดของมุมทั้งห้า
ของรูปห้าเหลี่ยม (วัดเป็นองศา) สมมติว่า
 $v < w < x < y < z$ และ v, w, x, y และ z
เป็นลำดับเลขคณิต จงหาค่าของ x

1) 72 องศา

2) 84 องศา

3) 90 องศา

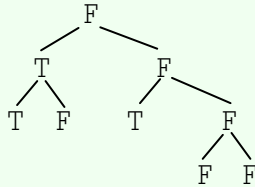
4) 108 องศา

เฉลยแบบทดสอบ ชุดเตรียมสอบ ชั้น ม.4-ม.6

วิชาคณิตศาสตร์ (ชุดที่ 1) จำนวน 5 ข้อ

1. เฉลย 1) ก. และ ข. ถูก

ข้อ ก. **ถูก** เพราะ $(p \vee r) \rightarrow (q \rightarrow (r \vee s))$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ



$\therefore p, q, r$ และ s มีค่าความจริงเป็น T, T, F และ F ตามลำดับ
 จะได้ว่า $(q \wedge r) \rightarrow (p \wedge s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 $(T \wedge F) \rightarrow (T \wedge F)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อ ข. **ถูก** เพราะ

ถ้า q มีค่าความจริงเป็นจริง จะได้ว่า

$$[p \wedge (q \wedge \sim q)] \vee [q \wedge (r \vee \sim r)] \text{ มีค่าความจริงเป็นจริง}$$

$$[p \wedge F] \vee (T \wedge (T \vee F)) \equiv F \vee T \equiv T$$

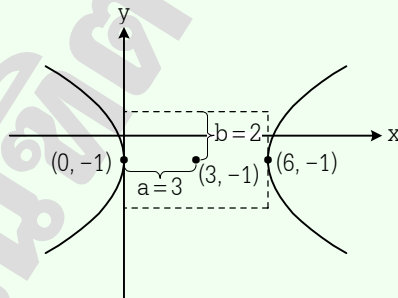
ถ้า q มีค่าความจริงเป็นเท็จ จะได้ว่า

$$[p \wedge (q \wedge \sim q)] \vee [q \wedge (r \vee \sim r)] \text{ มีค่าความจริงเป็นเท็จ}$$

$$[p \wedge F] \vee (F \wedge (T \vee F)) \equiv F \vee F \equiv F$$

2. เฉลย 4) $x^2 - 4y - 4 = 0$

วาดรูปตามโจทย์



จะได้สมการอยู่ในรูป

$$\frac{(x-3)^2}{a^2} - \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1$$

กราฟผ่านจุด $(-2, \frac{5}{3})$ จะได้

$$\frac{(-2-3)^2}{a^2} - \frac{(\frac{5}{3}+1)^2}{2^2} = 1$$

$$\frac{25}{a^2} - \frac{8^2}{3^2 \cdot 2^2} = 1$$

$$\frac{25}{a^2} = \frac{3^2 \cdot 2^2 + 8^2}{3^2 \cdot 2^2}$$

$$\therefore a^2 = \frac{25 \times 36}{100} = 3^2$$

$\therefore$ สมการไฮเพอร์โบลา คือ

$$\frac{(x-3)^2}{3^2} - \frac{(y+1)^2}{2^2} = 1$$

จะได้จุดยอดของไฮเพอร์โบลา คือ

$$(3 \pm 3, -1) = (6, -1), (0, -1)$$

จัดรูปตัวเลือก 4) ได้เป็น

$$x^2 = 4y + 4$$

$$(x-0)^2 = 4(y+1)$$

จะได้จุดยอดของพาราโบลา คือ $(0, -1)$ ซึ่งตรงกับในไฮเพอร์โบลา

3. เฉลย 2) $(8!)^2$

หมากตัวที่ 1 เลือกวางได้ $8 \times 8 = 64$ วิธี

หมากตัวที่ 2 ต้องไม่วางตรงแถวหรือหลักเดียวกันกับตัวแรกจึงเลือกวางได้ 7×7 วิธี

หมากตัวที่ 3 ต้องไม่วางตรงแถวหรือหลักเดียวกันกับตัวแรกหรือตัวที่สองจึงเลือกวางได้ 6×6 วิธี

ในทำนองเดียวกันหมากตัวที่ 4-8 เลือกวางได้ $5 \times 5, 4 \times 4, 3 \times 3, 2 \times 2$ และ 1×1 วิธี ตามลำดับ
ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกวางหมาก คือ $(8 \times 8) \times (7 \times 7) \times (6 \times 6) \times \dots \times (1 \times 1) = (8!)^2$ วิธี

4. เฉลย 4) -7

สัมประสิทธิ์พจน์ x^2 จากการกระจาย $(x + 1)^7(2x - 1)^7$ เกิดจาก

1. สัมประสิทธิ์พจน์ x^0 วงเล็บที่ 1 คูณกับสัมประสิทธิ์พจน์ x^2 วงเล็บที่ 2

ซึ่งได้ $\binom{7}{7} x^0 \cdot 1^7 \binom{7}{5} (2x)^2 (-1)^5 = -84x^2$ นั่นคือ -84

2. สัมประสิทธิ์พจน์ x^1 วงเล็บที่ 1 คูณกับสัมประสิทธิ์พจน์ x^1 วงเล็บที่ 2

ซึ่งได้ $\binom{7}{6} x^1 \cdot 1^6 \binom{7}{6} (2x)^1 (-1)^6 = 98x^2$ นั่นคือ 98

3. สัมประสิทธิ์พจน์ x^2 วงเล็บที่ 1 คูณกับสัมประสิทธิ์พจน์ x^0 วงเล็บที่ 2

ซึ่งได้ $\binom{7}{5} x^2 \cdot 1^5 \binom{7}{7} (2x)^0 (-1)^7 = -21x^2$ นั่นคือ -21

$\therefore$ สัมประสิทธิ์พจน์ x^2 จึงเท่ากับ $-84 + 98 - 21 = -7$

5. เฉลย 4) 108 องศา

รูปห้าเหลี่ยมสามารถแบ่งเป็นรูปสามเหลี่ยมได้ 3 รูป ดังนั้นผลบวกของมุมภายในรูปห้าเหลี่ยมเท่ากับ

$$3 \cdot 180^\circ = 540^\circ = v + w + x + y + z$$

พจน์ของลำดับเลขคณิตสามารถเขียนในรูปแบบ

$$x - 2d, x - d, x, x + d, x + 2d \text{ เมื่อ } d \text{ เป็นผลต่างร่วม}$$

$$\text{ดังนั้น } (x - 2d) + (x - d) + x + (x + d) + (x + 2d) = 5x = 540^\circ$$

จะได้ $x = 108^\circ$

